Libro molto raro. V. Haym Bibl. ital.

LIBRO
DEL MODO DI DIVIDERE
LE SVPERFICIE ATTRIBVITO A' MACHOMETO BAGDEDINO.

Mandato in luce la prima volta da M. Giouanni Dee de Londra, e da M. Federico Commandino da Vrbino.

Con vn breue trattato intorno alla stessa materia del medesimo M. Federico

Tradotti di latino in volgare da Fuluio Viani de' Malatesti da Montefiore

ACADEMICO VRBINATE.

E nouamente dati in luce.

In Pesaro del M D L X X

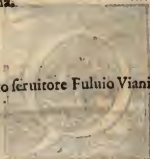
Presso Girolamo Concordia con licenza de' Superiori.

ALL'ILLVSTRISSIMO ET ECCELLENTISSIMO SIGNORE IL SIG. FRANCESCO MARIA II. PRINCIPE D'VRBINO.

VELL' operetta medeſima Illuſtriſſimo, & Eccellentiſſimo Principe, che alli giorni paſſati fù preſentata da M. Federico Commandino à V. E; ſe ne vie ne di nuouo à trouarla, ſperan do di hauere à piacerle ancora la ſeconda volta, tutto che ſia per fauellar ſeco in differente maniera. Pregarei V. E. à voler accettarla, e fauorirla con la ſolita benignità ſua; s'io non credeſſi, che conoſcendo ella molto bene per la cognitione c'hà delle Mathematiche il merito, e la bellezza dell'opera; non ſia ſe non per hauer caro, che quel bene, ilquale era prima d'alcuni pochi, hora ſi ſia fatto maggior bene communicandoſi à molti: e che come tale ſe ne habbia à gire per le mani de'ſtudioſi. Or perſuadendomi adunque che ella ſe è piaciuta à V. E. nell'habito latino, non habbia à diſpiacerle in queſto noſtro vulgare; poiche

in habito diuerso da quello di prima è la medesima che prima; vengo solo à pregarla che non si sdegni di accettare insieme con essa vn picciolo tributo dell'affetion grande ch'io porto, & hò portato sempre à lei, & à sua casa Illustrissima, & à voler tener questa per vn minimo segno della deuotion singolare verso lei dell'animo mio. Non lascio di supplicarla ancora con non minore humiltà, che non le dispiaccia ch'io mi sia procurato in questa prima fatica mia riuerente protettione dal nome suo; atteso che quello à che non giungano i meriti miei; arriuano, e passano la benignità di V. E., e la mia affettione: e con questo baciandole humilmente le mani prego nostro signore che doni prospero adempimento à nobili suoi desiderii.

Di V. E. Illustrissima.

Humile e deuoto seruitore Fuluio Viani de'Malatesti.

A M. FEDERICO COMMANDINO ECCELLENTISSIMO MATHEMATICO.

AVENDOMI io molt'anni sono, presa fatica Dottissimo M. Federico mio di voler mantener vivi nelle mani de gli huomini, in quel maggior numero ch'io potessi, i chiarissimi scritti lasciatici da' maggiori nostri intorno ad ogni genere della più scelta filosofia: à fine che huomini così grandi non rimanessero spogliati della gloria che si deue loro; ò noi restassimo priui più longo tempo de i copiosissimi frutti di così fatti libri: Hauendo io dico posto; in questo lo studio mio; frà gli altri antichissimi scritti de' filosofi mi capitò dopò molt'anni alle mani questo libretto, scritto inuero in vn carattere troppo deforme, & à pena legibile per la vecchiezza. Mà feci per leggerlo gli occhi di Linceo, e cõ spessissime volte cõsiderarlo, e faruí pratica sù, mi si fece facile il leggerlo. Onde certificatomi meglio in questo modo della dignità & eccellenza del libro, desideraua grãdemente di farne partecipi quanto prima gli studiosi di queste filosofia: e mentre à punto io mi stauo sù questo pensiero; voi Eccellẽtissimo Cõmandino mio in questa età nostra mi sete parso degno più d'ogni altro di goderui queste nostre fatiche, poi che voi ancora hauete ritornati in vita parte de dotissimi scritti di Archimede, e di Tolomeo ch'homai veniuano

uano à meno, e gli hauete mandati al cospetto de gli huomi-
ni honoreuolissimamente vestiti. Questo libretto adunq; co-
me perpetuo pegno ancora dell'affettio singulare ch'io vi por
to, raccomando alla cura, e fede vostra; e voglio pregarui, e
scongiurarui, à non lasciar vscir fuore questa nostra comu-
ne fatica senza quell'ornameto, co'lquale sete solito à mandar
gli altri in luce. Anzi pure tengo ferma sperāza (se conosco
bene e voi, & il valor vostro) che accrescerete di modo que
sta materia; che ne anche la lasciarete fermare sull'area pēta
gonale: ne cōporterete molto, che i sodi per i piani siano pri-
ui di simili settioni. Queste per se stesse purche voi vogliate
puntarui vn poco, passeranno alle spetie delle superficie che
vi restano: mà per applicarle à i sodi, si ricercherà poi la
vostra soda eruditione, e singolar industria nelle mathemati-
che. Mà questo uoglio che sappiate del nome dell'Auttore.
Nell'originale istesso antichissimo di doue lo cauai era scrit-
to cō lettere à Cifra (come dicono) il nome di MACHOME
TO BAGDEDINO, ilquale non son ben chiaro anchora ò se
sia stato quell'Albatenio, il quale nelle cose di astronomia suo
le essere citato spesse uolte dal Copernico come testimonio d'
authorità; ò pure quel Machometo che si dice essere stato di
scepolo di Alkindo, il quale dicono ancora hauer scritto non
sò che intorno all'arte del dimostrare; ò più tosto sia da tener
si questo libretto per opera del nostro Euchide Megarese, tut
ti i libri del quale già gran tempo hà, furono tradotti dalla
lingua greca nella fauella Siria, & Arabica: & percio essen
dosi trouato presso gli Arabi, ò i Siri senza il titolo suo, fa-
cilmente da gli Amanuesi serà stato attribuito à Machomet
to eccellente Mathematico frà loro. Ilche posso io prouare
per molti testimonii essere spesse volte auenuto in molti scrit-
ti de gli antichi: e sanno alcuni amici mei (per poruere vno
manzi frà molti) che io per questo rispetto medesimo hò re-
stituito ad Anassagora quell'antichissimo, & Eccellentissi-
mo Filosofo vn libretto raro intorno alla filasofia occulta, e
mistica

mistica, ilquale sotto il nome d'Aristotele se n'era andato già molti secoli per le mani delle genti: e questo per certissimi argomenti. Inoltre da' scritti di nissun Machometto che habbiamo, hauemo anchora potuto conoscere tanta acutezza, quanta da per tutto si vede apertam: in questi problemi. Aggiungasi che Euclide medesimo scrisse vn libro delle diuisioni, come si può chiaramente conoscere da Proclo ne' comentari sopra il primo de suoi Elementi: ne sapemo che altro ueruno vene sia sotto questo titolo, ne potemo ritrouarne alcuno che più ragioneuolmente per l'eccellenza del discorere, si possa ascriuere ad Euclide. Finalmente mi ricordo hauer leto in vn certo fragmento antichissimo della facoltà di geometria, vn luogo citato con le parole formali di questo libretto, come di opera certissima di Euclide. Or breuemente quanto il tempo comportaua hò raccolte insieme queste congetture mie, lequali desidero c'habbiamo tanto di peso, quanto in se stesse abbracciano di verità: E se alcuno mi si voglia opporre con dire quel tittolo Delle diuisioni non dinotare settioni di grandezze nelle parti loro; ma diuisioni di generi per le loro differenze nelle spetie loro; come delle diuisioni methodiche de' punti, delle linee, de gli angoli, delle figure, e simili, quali io in numero maggiore di 500. hò dato fuora in vn mio trattato dell'eccelenza, e certezza delle mathematiche; confesso certo questo ancora poter si dire probabilmente: mà però quanto veramente si possa dire, non essere per anchora più noto à me, che si sia chiara à lui la mia cõgettura. Mà siasi stato qualsiuoglia quel libro delle diuisioni d'Euclide: questo in vero è vn libro tale; ilquale e può essere vtilissimo à gli studii di molti, e che à qualsiuoglia nobilissimo Mathematico de gli anitichi può recare assai di gloria, e di honore per l'acutezza grandissima dell'inuentione, e per l'essamine acuratissimo di tutti i casi in ciascheduno de' problemi: e tanto basti intorno à ciò.

A Voi mò volto tutto il mio parlare, co'l quale intendo di pregarui strettissimamente di questo, che è che vogliate man

dar fuore cō quella maggior diligenza che vi ferà possibile le vostre grādi & vtiliss. fatiche lequale hieri cortesissimamēte mi lasciaste vedere nel vro studio. Perciòche così vi spianerete vna ampissima strada ad vna ppetua celebratione del nome uostro, come di psona, che in così pochi anni, così bene, così politamēte, e tāti, e così proprii libri habbia mādati in luce: e che habbia solo nell'età nostra ornato ciascuno de' Principi Eccelentiss. delle facoltà mathematiche Archimede, Tolomeo, & Appollonio, del loro douuto splendore. Et in questo modo restituereteà i studi mathematici quasi uenuti à meno una nuoua, e merauigliosa allegrezza: e così farete me, che vi sono in molti modi obligatissimo, tutto vostro.

Quāto prima mò ferà vscito questo libretto dalle stāpe, ne mādarete vno, ò duo al Sig. Guglielmo Pykeringo huomo nobiliss. & intendente delle buone arti, e spetialmēte delle mathematiche, Caualier speron d'oro, mio amico grādiss. e patròn singulare: ilquale se ne viue in londra d'Inghilterra. perciòche di là facilmente ferà drizzato poi alla nostra libreria.

Or la conditione del viaggio c'hò da fare vuol ch'io vi lasci: à fine che io nō sia costretto poi à soferire l'ingiuria maggiore di q̄sti caldi, c'hora ci si spargono intorno, prima che io di qui possa ricoucrarmi nell'ombra di Roma. State sano adunq; honore de' Mathematici, state sano gentiliss. Cōmandino mio, si come io prego con ogni sforzo mio nostro signore, che voglia co'l singular fauor suo, condurre à desiderato fine le nobili vostre fatiche. Da Vrbino.

Affetionatissimo vostro Giouanni Dee Londrese.

Al lettore.

Io hò da auertiti ò lettore, che l'authore ilquale hora ti presentiamo, si è seruito dell'Euclide tradotto nella lingua arabica fatto poi latino dal Campano. E tanto hò voluto dirti à fine che nel cercar le propositioni citàte da lui, nō t'affannasi alle volte in darno. stà sano.

Errori da emendarsi. A car. 1. fac. 2. versi. 12 doue dice concorrer è. leggi cōcorrere è. C. 7. f. 2. v. 23. ADE. leua il punto. C. 22. f. 2. v. 1. EQ leggi FQ. C. 25. f. 1. v. 9. ABCF, leggi ABCE. C. 27. f. 2. v. 11. FH, leggi FK. C. 41. f. 1. v. 25. BL, leggi ML. f. 2, v. 9. leggi ne' punti KM.

LIBRO DEL MODO DI DIVIDERE LE SVPERFICIE.

PROPOSITION I. PROBLEMA I.

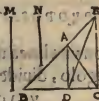
Con vna linea tirata da vn'angolo d'un triangolo, diuidere quel triangolo secondo vna data proportione.

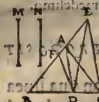
Sia il triangolo A B C: e con vna linea laqual cada dall' angolo A, bisogni diuidere il triangolo A B C, secondo la proportione della E alla F. Percioche diuiderò la linea B C nel punto D, secondo la proportione della E alla F, come ne insegna la 12. del sesto di Euclide: e tiratasi la linea A D, si manifesta il proposito, per la prima del sesto del medesimo.

A E F
B D C

PROPOSITION II. PROBLEMA II.

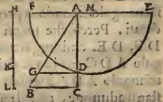
Con vna linea tirata da vn punto assegnato in vn latò d'un dato triangolo, diuidere il detto triangolo secondo vna data proportione.

Sia il triangolo A B C: nel lato B C del quale notisi il punto D: di doue bisogna tirar la linea che diuida il triangolo secondo la proportione della M, alla N: e congiungasi la D A. Da quell'estremo adunq; del lato B C, verso il quale vorrò hauer diuiden do la conseguente in corrispondenza, che per essempio sia il punto C; drizzarò vna linea equidistante alla linea D A, fin tanto che concorra nel punto E con la linea B A alungatasi: e che habbiano à concorrer e chiaro per la 29. e 17. del primo di Euclide. serà adunque la proportione della M alla N, ò vguale alla proportione della B A alla A E, ò maggiore, ò minore. Sia prima eguale. Serà adūq; per la prima del sesto la proportione del triangolo B A D al triangolo A D E; com'e la proportione della M alla N. Mà per la 37. del primo il triangolo A D E, è vguale al triangolo A D C. adunq; per la 7. del quinto la proportione del triangolo A B D al triangolo A D C; è come la proportione della M alla N. il che bisognaua prouarsi.

Secondo caso. Siā mò la proportione della M alla N minor della ꝓportione della linea B A alla linea A E. Per tāto diuerò la linea B E secōdo la ꝓportione della M alla N. Caderà la diuisione adunque frà i punti B & A, per l'ottaua del quinto. Cada nel punto F, e tirisi la linea D F: e questa dico io diuidere il triangolo secōdo la portione della M. alla N. *La ragione.* Percioche tiratasi la linea D E serà per la 37. del primo il triangolo A D E, egua le al triangolo A D C. Aggiontoui adunq; il triangolo A F D commune, serà il triangolo F D E eguale alla figura qua-

ra quadrilatera A F D C. Essendo adunq; per la prima del sesto la proportione del triangolo B F D al triangolo F E D, come quella della B F alla F E; e per conseguenza come quella della M alla N; la proportione del triangolo B F D alla figura quadrilatera A F D C, è come la proportione della M alla N. onde è manifesto il proposito.

Terzo caso. Sia la proportione della M alla N maggior della proportione, della B A alla A E. Diuidasi adunq; la B E nel punto F, (il che serà fra i punti A & E) secondo la proportione della M alla N; e tirisi la F G equidistante alla linea C E, fin tanto che concorra con la linea A C al punto G. Dopò questo congiungasi la linea G D. Dico la linea G D diuidere il triangolo secondo la proportion datasi. Perciòche tirinsi le linee D F, D E. è adunq; il triangolo A D E eguale al triangolo A D C per la 37. del primo, e per la medesima il triangolo A D F è vguale al triangolo A D G. I duo restanti adunque, cioè il triangolo F D E, & il triangolo G D C sono eguali. Aggiuntosi anche il triangolo A B D commune à i duo triangoli A F D, & A G D eguali; serà il triangolo B F D eguale alla figura quadrilatera B A G D. Adunq; il triangolo F B D hà quella proportione al triangolo F D E, c'ha la figura quadrilatera B A G D al triangolo G C D. Mà la proportion del triangolo F B D al triangolo F D E è come quella della M alla N, per la suppositione, e per la prima del sesto. la proportione adunque della figura quadrilatera B A G D al triangolo G D C, è come la proportione della M alla N: che fu il proposito.

PROPOSITION III. PROBLEMA III.

Con vna linea equidistante ad un lato assegnato d'un triãgolo noto, diuidere quel triangolo secondo vna data proportione.

Sia la proportion data quella della H K alla K L: & il triangolo A B C, ilquale secondo la proportion data voglio diuidere con vna linea equidistante al lato B C di esso. Perciòche dall'angolo A, verso ilquale voglio hauere l'antecedente nella proportion da cercarsi; tirarò la linea A E ad angoli retti sopra la linea A C, & eguale ad essa: & allunghisi la linea E A per lo dritto fino al punto F, fintanto che sia la proportion della E A alla A F; come quella della H L alla H K: e posto il cētro nel punto di mezzo della linea F E, il quale sia M; descriuasi il semicircolo F D E secondo la quantità della linea M E: ilqual semicircolo taglierà la linea A C, nel pũto D, poi che la linea A D è minore della linea A E, e la linea A E è vguale alla linea A C. Tiratasi adunq; la linea D G equidistãte alla linea B C: Dico che la pportione del triangolo A G D alla superficie G B C D, è come la proportione della H K alla K L. *La ragione*. Perciòche la proportione del triangolo A B C al triangolo A G D, è come la proportione della A C alla A D duplicata, per la 17. del sesto, mà le A C & A E sono eguali. la proportione adunque del triãgolo A B C al triangolo A G D, è come la proportione della A E alla A D duplicata. Mà la proportione della A E alla A D duplicata è come quella della A E alla A F, per la 30. del terzo, e per l'otta

ua del

ua del sesto. la proportion adunq; del triangolo A B C al triangolo AGD; è come la ꝑportione della E A alla A F. Mà la ꝑportione della E A alla AF è come q̃lla della H L alla H K. Adunque la proportione dello A B C allo A G D, è come quella della L H alla H K. Diuidendo adunque la proportion della superficie G B C D al triangolo A G D, è come quella della L K alla K H. Conuertendo adunque il triangolo A G D è alla superficie G B C D, come la proportione della H K alla KL: il che doueua prouarsi.

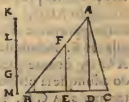
PROPORTION IIII. PROBLEMA IIII.

Con vna linea equidistante ad vna perpendicolare tirata sopra la base da vn angolo d'un triangolo, diuidere quel triangolo secondo vna data proportione.

Sia la proportion data quella della KL alla LM. Secondo essa voglio diuidere il triangolo A B C con vna linea equidistante alla perpendicolare A D. Perciòche diuiderò la linea K M secondo la proportione della linea B D alla D C. e sia (per essempio) che prima la diuisione cada nel punto L. la proportione adunq; della K L alla LM è come quella dalla B D alla DC: e conseguentemente come quella del triangolo A B D al triangolo A D C per la prima del sesto. La linea A D adunque diuide il triangolo secondo la proportion datasi.

Secondo caso. Sia mò la proportione della K G alla GM, come la proportione della B D alla D C; talche il punto G sia frà i punti L & M. Diuiderò poi il triangolo

golo

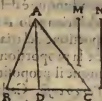
golo A B D per la premessa con vna linea equidistante al lato A D secondo la proportione della K L alla L G: e la linea laqual diuide il triangolo in questo modo sia la F E. Dico adunq; che la proportione del triangolo F B E alla superficie A F E C, è come la proportione della K L alla L M. *La ragione.* Perciòche la proportione del triangolo A D C al triangolo A B D è come la proportione della M G alla G K. Congiungendo adunque per la 18. del quinto la proportione del triangolo A B C al triangolo A B D; è come la proportione della M K alla K G. Mà la proportione del triangolo A B D al triangolo F B E, è come la proportione della K G alla K L. adunque secondo la proportionalità eguale per la 22. del quinto, serà la proportione del triangolo A B C al triangolo F B E, come la proportione della M K alla K L. Diuidendo, adunque la proportione della superficie A F E C al triangolo F B E, è come la proportione della M L alla K L, Conuertendo adunque la proportione della K L alla L M è come quella del triangolo F B E alla superficie A F E C: il che haueua da prouarsi.

Terzo caso. Sia la proportione della K H alla H M, com'è quella della B D alla D C: talmente che il punto H sia frà i punti K & L. Diuiderò poi per la premessa il triangolo A D C secondo la proportione della H L alla L M, con la linea N O equidistante al lato A D. Dico adunque che la proportione della superficie N A B O al triangolo N O C; è

come

come la proportione della K L alla L M. *La ragione.* Perciòche la proportione del triagolo A B D al triangolo A D C, è come quella della K H alla H M; per la prima del 6. e per la 11 del 5. Congiungedo adunque per la 18 del 5. la proportione del triangolo A B C al triangolo A D C, è come la proportione della K M alla H M. Mà la proportione del triangolo A D C al triangolo N O C, è come la proportione della H M alla L M. secondo la proportionalità eguale adunque la proportione del triangolo A B C al triangolo N O C, è come quella della K M alla L M. Diuidendo adunque la proportion della superficie N A B O al triangolo N O C, è come la proportion della K L alla L M: che fu il proposito.

PROPOSITION V. PROBLEMA V.

Diuidere vn triangolo noto, con vna linea equidistăte ad vna linea tirata da vn'angolo suo, laquale ne sia equidistante ad alcuno de' suoi lati, ne ad alcuna delle sue perpedicolari, secondo vna data proportione.

Questa conchiusione si può prouare come la premessa: e si può anche mostrare altramente in questo modo. Sia la proportiõ data quella della M alla N: e sia il triangolo A B C, ilquale io voglio diuidere secondo la proportione della M alla N, con vna linea equidistante alla A D, laquale cada dall' angolo A. ne sia perpendicolare, ne equidistante ad alcuno de lati del triangolo. Diuiderò adunque la linea B C secondo

la pro-

la proportione della M alla N: e cada (per essempio) prima la diuisione nel punto D. la linea A D adunque per la prima del sesto diuide il triangolo secondo la proportion datasi della M alla N.

Secondo caso. Cada poi la diuisione frà i punti B e D, nel punto E; talche la proportione della B E alla E C, sia come quella della M alla N. Allhora porrò la linea BF mezzana proportionale frà le linee B D, & B E: e tiratasi la linea F G equidistante alla linea A D; dico ch'ella diuide il triangolo secondo che si propone. *La ragione*. Perciòche tirarò la linea A E. la proportione adunque del triangolo ABD al triãgolo GBF, è come quella della B D alla B F duplicata, per la 17 del sesto. è adunq; come la proportione della B D alla B E. Mà secondo la proportione della B D alla B E, è la proportione del triangolo A B D, al triangolo A B E. è adunque la medesima proportione del triangolo ABD al triangolo G B F, & al triangolo A B E. Adunque i triangoli G B F, & A B E sono eguali. Postasi adunque la H nella settione delle linee A E, G F, si vede chiaro che i triangoli A G H & E F H sono eguali: à i quali aggiuntasi la superficie A H F C serà il triangolo A E C eguale alla superficie A G F C. La medesima proportione adunque è del triangolo A B E al triangolo A E C che del triangolo B F G alla superficie A G F C: & à la proportione del triangolo A B E al triangolo A E C, è come la proportion datasi della M alla N; è manifesto adunque il proposito.

Terzo caso. Cada la diuisione frà i punti D & C nel punto E; talche sia la proportione della B E alla E C, come quella della M alla N. Porrò adunque la linea C K

mezzana

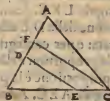
mezzana proportionale frà la D C e la E C. Alhora tiratasi la linea K L equidistãte alla linea A D; dico ch'ella diuide il triangolo secondo che si propone. Perciòche si come prima la proportione del triangolo A D C al triangolo L K C, è come la proportione della D C alla K C duplicata: e per conseguenza è come la proportion della D C alla E C: e secondo la medesima proportione è la proportion del triangolo A D C al triangolo A E C. Adunque i triangoli L K C, & A E C sono eguali. Il perche i triangoli A H L, e K H E ancora sono eguali. La superficie L A B K adunq; è vguale al triangolo A B E. Adunq, la medesima ꝓportione è q̃lla della superficie L A B K al triangolo L K C, che q̃lla del triangolo A B E al triangolo A E C. Mà quella proportione è come quella della M alla N: Manifesto è adunque il proposito. Nota che à questo modo medesimo si può anche prouare la conchiusion premessa, e questa è proua più facile che le poste di sopra.

PROPOSITION VI. PROBLEMA VI.

Diuidere vn triangolo noto con vna linea equidistante à qualunque linea tiratasi in esso, o tirisi da angolo, o nò, secondo vna data proportione,

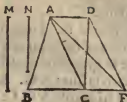
Perciòche se la linea segnata sia equidistante à qualche lato del triangolo, si hauerà l'intento per la . . di questo. Se anche la detta linea dada da qualche angolo si hauerà il

 proposito

proposito per la premessa. Che se la linea assegnatasi ne discenda da angolo veruno del triangolo, ne sia equidistante ad alcun lato suo, come nel triangolo A B C; assegnisi la linea D E laquale non sia equidistante alla linea A C; ma concorrebbe con essa dalla parte C; se l'vna e l'altra s'allungasse. Alhora dall'angolo dalla parte del quale sarebbe il cōcorso, come dall'angolo C tirisi la linea C F nel triangolo, equidistante alla linea assegnatasi, ciò è alla linea D E: Et alhora per la premessa diuidasi il triangolo con vna linea equidistante alla linea C F secondo la proportion datasi. Chiara cosa è per la 30 del primo ch'esso alhora vien diuiso con vna linea equidistante alla linea D E, e cosi è manifesto il proposito tirisi quanto si voglia strauagantemente la linea.

PROPOSITION VII. PROBLEMA VII.

Con vna linea tirata da vn'angolo d'vn quadrangolo noto, diuidere quel quadrangolo secondo vna data proportione.

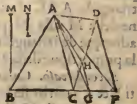
Sia la proportion datasi quella della M alla N, e sia il quadrangolo A B C D: dall'angolo A del quale voglio tirare vna linea, che diuida il quadrangolo secondo la proportione della M alla N. Perciòche tirarò il dianetro A C, e dal punto D tirarò la linea DF equidistante alla linea AC, fin che concorra con la linea B C nel punto F. Diuiderò poi la linea B F secondo la proportione della M alla N: e prima cada la diuisione nel punto C; talche sia la medesima

ma ꝓportione q̄lla della BC alla CF; che q̄lla della M alla N. Dico adunque che la linea AC diuide il quadrangolo secondo che si è proposto. *La ragione*. Perciòche il triangolo A D C è vguale al triangolo A F C per la 37 del primo. Mà la proportione del triangolo A B C al triangolo A C F è come la proportione della M alla N per la prima del sesto. La proportione adunque del triangolo A B C al triangolo A C D è come la proportione della M alla N, che fù il proposito.

Secondo caso. Cada la diuisione nel punto E frà gli punti B & C; talche sia la proportione della B E alla E F come quella della M alla N. Alhora tiratasi la linea A E; dico che la proportione del triangolo A B E alla superficie A E C D, è come la proportione della M alla N. *La ragione*. Perciòche tirarò la linea AF. serà adunque il triangolo A D C eguale al triangôlo A F C per la 37 del primo. Aggiuntosi adunque il triangolo A B C commune all'vno & all'altro; serà la superficie A E C D eguale al triangolo A E F. Adūq; la medesima

proportione è quella del triangolo A B E alla superficie A E C D, & al triangolo A E F. Essendo adunque per la prima del sesto la proportione del triangolo A B E al triangolo A E F come quella della M alla N; chiaramente si vede, che la proportione del triangolo A B E alla superficie A E C D, è come quella della M alla N: ilche doueua prouarsi.

Terzo caso. Cada la diuisione frà i punti C & F, nel punto G; talche sia la proportione della B G alla G F, co-

me quella della M alla N. Alhora tirarò la linea G H equidistante alla linea D F, finche concorra con la linea D C nel punto H. Tiratasi poi la linea A H; dico che la proportione della superficie A B C H al triangolo A D H è come la proportione della M alla N. *La ragione*. Perciòche tirarò la linea A G. Serà adunque il triangolo AHC eguale al triangolo A G C: mà tutto il triangolo A D C ancora è vguale à tutto il triangolo A F C; Adunque il triangolo A D H restante è vguale al triangolo restante A F G. Aggiuntosi adunque il triangolo A B C commune à i duo triangoli A C H & A C G eguali; serà la superficie ABCH eguale al triangolo ABG.

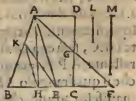
serà adunque la proportion della superficie ABCH al triãgolo ADH, come q̃lla del triangolo ABG al triãgolo A GF. Mà la proportione del triangolo A B G al triangolo A G F è come la proportione della M alla N, Il perche è manifesto il proposito.

PROPOSITION VIII. PROBLEMA VIII.

Diuidere vn quadrangolo noto di duo lati equidistanti con vna linea tirata da vn punto assegnato in uno de'duo lati equidistanti secondo una data proportione.

Sia il quadrangolo noto A B C D, & il punto assegnatosi nel lato B C equidistante al lato A D, sia E. Alhora voglio tirare vna linea dal punto E che diuida il quadrangolo secondo la proportione della L alla M. Perciòche allunghisi la B C per lo dritto fino al punto F: talche la linea C F sia eguale alla linea A D. e tirisi la linea A F, che

tagli

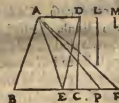
tagli la linea D C nel punto G. sono adunque i triangoli ADG GCF simili, & eguali i lati AD CF. Quei triango li adunque sono eguali. Aggiuntasi adunque la superficie ABCG commune all'uno & all'altro; si vede chiaro che il quad rangolo ABCD è vguale al triangolo ABF. *Tienti à mente questo*. Diuiderò poi la linea BF secōdo la proportione della L alla M; e prima cada la diuisione nel punto E; talche la proportione della BE alla EF, sia come quella della L alla M: Alhora tiratasi la EA, dico ch'ella diuiderà il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche per l'vguaglianza de triangoli ADG. e CGF la superficie AECD è vguale al triangolo AEF. è adunque la medesima proportione del triangolo ABE alla superficie AECD & al triangolo AEF. Mà la proportione dello ABE allo AEF, è come la proportione della L alla M. la proportione adunq; dello ABE al resto del quadrangolo; è come la proportione della L alla M: che è il proposito.

Secondo caso. Cada la diuisione frà i punti B & E nel punto H; tale che sia la proportione della BH alla HF come quella della L alla M, Alhora tirarò la linea HK equidistāte alla linea AE: e tagli la linea AB nel punto K. Dopoi tiratasi la linea KE, dico ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche tirarò la linea AH. Perche adunque le linee AE KH sono equidistanti; seranno i triangoli KAH & KEH eguali. Aggiuntosi adunque il KBH all'uno & altro; serà il triangolo ABH

eguale

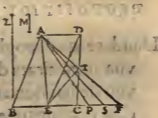
eguale al triangolo K B E. Mà il triangolo A K E ancora è vguale al triangolo A H E; Aggiuntasi adunq; la supficie AECD cõmune all'vno, & all altro; serà la superficie A K ECD eguale al quadrãgolo AH CD. Mà il quadrangolo AHCD è vguale al triãgolo A H F, come si è mostrato di sopra. Adunq; la medesima ꝓportione è quella del triãgolo KBE alla superficie A K E C D; che quella del triangolo ABH al triãgolo AH F; e p con seguẽza che quella della L alla M: il che haueua da ꝓuarsi.

Terzo caso. Cada la diuisione frà i punti E & F: e fattasi la figura segarò dalla linea E F la linea E P eguale al la linea D A. Taglierò in oltre la linea B F secondo la proportione della L. alla M. e cada prima la diuisione nel punto P; Talche sia la proportione della BP alla PF come quella della L alla M. Alhora tirarò la linea E D: laquale dico diuidere il quadrãgolo secondo la forma propostaci.

La ragione. Perciòche tirarò la linea PA: e perche la linea EP è vguale alla linea A D, & equidistãte adessa; serà il triãgolo A D E. eguale al triãgolo APE Aggiũtoui adũq; il triãgolo ABE cõmune; serà il quadrãgolo AB E D eguale al triãgolo ABP: e cõseguentemente il triãgolo restan te DEC, serà eguale al triangolo restante A P F, per quello che si è prouato di sopra: ciò è che il quadrangolo ABCD è vguale al triangolo A B F. è manifesto adunq; che la medesima proportione è del qua drangolo ABED al triangolo DEC; che del triangolo A B P al triangolo APF, per la 19 del quinto. Ma la propor tione del triangolo ABP al triangolo APF è come quella

della

della L alla M: la proportione adunque del quadrangolo ABED al triangolo DEC è come quella della L alla M: il che haueua da prouarſi,

Secondo caſo. Cada la diuiſione frà i punti E & P, nel punto Q; talche la proportione della BQ alla QF, ſia come quella della L alla M. Dopoi ſegarò dalla linea AD la linea AR eguale alla linea EQ. Alhora tiratasi la linea ER, dico ch'ella diuide il quadrangolo ſecondo che ſi propone. Perciòche tirarò la linea AQ. e perche le linee AR & EQ ſono eguali, & equidiſtanti; ſeranno i triangoli ARE, & AQE eguali: à i quali aggiuntoſi il triãgolo ABE cõe; ſerà il quadrãgolo ABER eguale al triãgolo ABQ. Mà ſi è ꝓuato di ſopra che tutto il quadrãgolo ABCD è vguale à tutto il triangolo ABF; adunq; il quadrangolo RECD reſtante è vguale al triangolo reſtante AQF. la medeſima proportione adunq; è del quadrangolo ABER al quadrangolo RECD; che del triãgolo ABQ al triãgolo AQF; e p cõſeguẽza che della L alla M: che fu il ꝓpoſito.

Terzo caſo. Cada la diuiſione frà i punti P & F nel punto S; talche la proportione della BS alla SF ſia come quella della L alla M. Diuiderò mò la linea DC ſecondo la proportione della PS alla SF nel punto T, e tirarò la linea ET. Dico ch'el la diuide il quadrãgolo ſecõdo che ſi propone. Perciòche tirarò la linea AS. Perche adunque le linee AD & EP ſono eguali, & equidiſtanti; ſeranno i trianguli ADE, & APE

A P E eguali: e per conseguenza aggiontoui il triangolo A B E commune; il quadrangolo A B E D è vguale al triangolo A B P. mà tutto il quadrangolo ABCD ancora è eguale à tutto il triangolo A B F. adunque il triangolo D E C è vguale al triangolo PAF. Mà la proportione del triangolo D E T ancora al triangolo T E C; è come la proportione del triangolo P A S, al triangolo S A F. Adunque il triangolo DET è vguale al triangolo P A S, & il triangolo T E C è vguale al triangolo S A F. Mà si è di già prouato che il quadrangolo A B E D è vguale al triangolo ABP; Aggiuntosi adunque il triangolo DET al primo, & il triangolo P A S eguale ad esso, al secondo; serà il pentagono ABETD eguale al triangolo ABS. Mà si prouò che i triangoli T E C & S A F sono eguali. Adunque la medesima proportione è del pentagono ABETD al triangolo TEC, che del triangolo ABS al triangolo ASF: e per conseguenza che della L alla M: che fu il proposito.

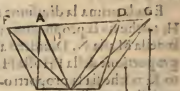
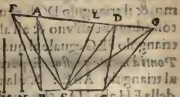
PROPOSITION IX. PROBLEMA IX.

Diuidere qualsiuoglia quadrangolo noto con vna linea tirata da vn punto assegnato in vno de'lati non equidistanti, secondo vna data proportione.

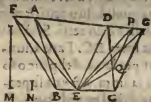
Sia il quadrangolo ABCD i duo lati del quale A D B C non siano equidistanti. Voglio adunque diuidere quel quadrangolo secondo la proportione della M alla N nota, con

vna linea tirata dal punto E dato sopra la linea BC. Perciòche tirarò le due E A E D, & allungherò la D A dall' vna e dall'altra parte per lo dritto; finche la linea BF concorra con essa nel punto F, equidistante alla linea A E: e la CG concorra con essa nel punto G, equidistante alla linea E D. Diuiderò poi la linea FG secondo la proportione della M alla N.

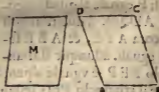
E cada prima la diuisione frà i punti F & A nel punto H; talche sia la proportione della F H alla H G come quella della M alla N. Diuiderò anche la linea B A secondo la proportione della FH alla HA: e cada la diuisione nel punto K; talche sia la proportione della B K alla KA come quella della FH alla HA. Alhora tiratasi la linea KE; dico ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche tirarò le due linee E F E G. Serà adunque il triangolo AFE eguale al triangolo ABE per la 37 del primo, & il triangolo DGE eguale al triãgolo DCE. Aggiuntosi adunque all'vno & all'altro il triangolo AED; serà il triangolo FEG eguale al quadrangolo ABCD proposto. *Ponti à mente questo.* E perche il triangolo AFE è vguale al triangolo ABE: & è la medesima proportione quella della F H alla HA; che quella della BK alla K A. Per la prima del sesto adunque il triangolo EHF è vguale al triangolo EKB. adunque il restante ancora serà eguale al restante. Il triangolo adunque HEG restante è vguale al pentagono AKECD. La medesima ꝑportione adunq; è qlla del triangolo EKB al pentagono AKECD; che del triangolo E H F al triangolo EGH. Adunque è come quella della linea FH alla linea HG, e per conseguenza come quella della M alla N: ilche haueua da prouarsi.

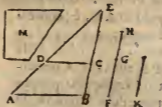
Secondo caso. Cada poi la diuisione nel punto A, talche sia la proportione della F A alla A G come quella della M alla N. Alhora tiratasi la linea E A, dico ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche il triangolo A F E è vguale al triangolo A B E. Adunque il triangolo A E G restante è vguale al quadrangolo restante A E C D. La medesima proportione adũq; è q̃lla del triãgolo A B E al quadrãgolo A E C D, che q̃lla del triãgolo A F E al triãgolo A E G. Adunque è come quella della linea F A alla linea A G, e per conseguenza come quella della M alla N: ilche si doueua prouare.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti A & D nel punto L; talche sia la proportione della F L alla L G; come la proportione della M alla N. Alhora dico che la linea E L diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche essendo i triangoli A F E & A B E eguali, aggiuntosi all'vno & all'altro il triangolo L A E, serà il triangolo L F E eguale al quadrangolo A B E L. Adunque il triangolo L E G restante è vguale al quadrangolo restante L E C D. La medesima proportione adũq; è q̃lla del quadrãgolo A B E L al quadrãgolo L E C D, che q̃lla del triãgolo L F E al triangolo L E G: e per conseguenza che la proportione della M alla N: il che doueua prouarsi.

Quarto caso. Cada poi la diuisione nel punto D. Perche alhora i triangoli D G E, & D C E sono eguali; serà il

triangolo DFE restante eguale al quadrangolo D A B E restãte. La medesima ꝓportione adunq; è quella del quadrangolo ABED al triangolo DEC; che q̃lla del triãgolo D F E al triangolo D E G. Adunq; è come quella della linea FD alla linea D G: e per conseguenza come quella della M alla N. La linea aduque D E diuide il quadrangolo secondo che si propone.

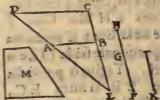
Quinto caso. Cada la diuisione nel punto P, frà i punti D & G; talche la proportione della F P alla P G sia come quella della M alla N. Alhora tirarò la linea P Q equidistante alla linea C G; finche concorra con la linea C D nel punto Q. Tirausi adunque la linea E Q: dico ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche tirarò la linea PE; Serà adunque il triangolo DEP eguale al triangolo D E Q per la 37 del primo. Aggiuntouisi adunque il triãgolo A E D commune; serà il triangolo A E P eguale al quadrangolo AEQD. I duo triangoli ancora A F E, & A B E sono eguali. adunque il triangolo F E P è vguale al pentagono ABEQD. Serà adunque il triangolo PEG restante eguale al triangolo restante QEC. è adunq; la medesima ꝓportione q̃lla del pentagono ABEQD al triangolo QEC; che q̃lla del triãgolo FEP al triangolo PEG. Adunque è come quella della linea F P alla linea P G: e per conseguenza come quella della M alla N: che fù il proposito.

PROPOSITION X. PROBLEMA X.

Propostasi una linea nota, e tiratesi due linee da i termini di essa, le quali facciano cō essa dalla medesima parte quai si vogliano angoli, descriuere vna superficie eguale ad una superficie nota propostasi, sopra ad vna linea nota proposta; talmenteche la detta superficie vēga rinchiusa fra quella linea nota, & una linea equidistāte à se, e fra le due dette tiratesi ò da vna parte ò dall'altra della linea nota.

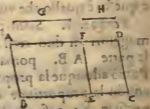
Verbi gratia sia la linea A B nota, e le due linee A D, BC situate ad arbitrio nostro. voglio sopra la linea A B formare vna superficie eguale alla superficie M nota, laquale venga rinchiusa frà le linee AD & BC, e frà la AB, & vna linea equidistante à se. I duo angoli DAB, e CBA adunque ò sono eguali à duo retti, ò minori, ò maggiori. E siano prima eguali à duo retti. Serà adunque la linea AD equidistante alla linea BC. Farò adunque per la 44 del primo sopra la linea AB vna superficie di lati equidistanti, gli angoli dellaquale siano eguali à gli angoli D A B, C B A: & essa superficie sia eguale alla superficie M: & è manifesto il proposito.

Secondo caso. Siano mò i duo angoli DAB & CBA minori di duo retti. Concorreranno adunq; le due linee A D, BC dalla parte CD. mà concorrano nel punto E. se adunque il triangolo EAB non serà maggiore della superficie M dalla

M, dalla parte DC non si può formare vna superficie tale, qual volemmo: ma bisognerà alhora che si faccia dall'altra parte. Sia adunque il triangolo E A B maggiore della superficie M; e sia la proportione del triangolo BAB alla superficie M; come quella della linea F H alla linea F G: e sia la linea K mezzana proportionale frà la F H, e la G H. Taglierò poi dalla linea E B la linea E C,

laquale stia in proportione con la linea E B, come la linea K con la linea FH. Alhora tiratasi la C D equidistante alla linea BA; dico che la superficie A B C D è vguale alla superficie M. *La ragione* Perciòche la ꝑportione del triãgolo BAE al triãgolo CDE è p la 17 del 6 come la proportione della BE alla CE duplicata. è adũq, come qlla ancora della FH alla K duplicata: e p conseguenza la ꝑportione del triãgolo BAE al triangolo CDE è come la proportione della FH alla GH. Conuertendo adunque la proportione del triangolo BAE al quadrangolo BADC è come la proportione della FH alla FG. Mà quella proportione che è della FH alla FG, quella medesima è del triangolo BAE alla superficie M; la medesima proportione adunq; è del triãgolo BAE alla superficie M, & al quadrangolo BADC. Il perche la superficie M, & il quadrangolo BADC sono eguali. e questo è quello che volemmo.

Terzo caso. Siano poi i duo angoli DAB, & CBA maggiori di duo retti. concorreranno adunque dalla parte A B. poniamo che ciò sia nel punto E. Porrò adunque la proportione della GH alla GF secondo la proportione del triangolo A B E alla superficie M: e sia la linea K mezzana proportionale frà la FH, e la GH: e porrò la proportione della EC alla

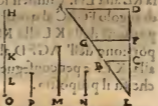
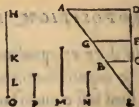
alla E B, secondo la proportione della FH alla K: Alhora tiratasi la C D equidistante alla linea A B; dico che la superficie M è vguale al quadrangolo A B C D. *La ragione.* Perciòche la proportione del triangolo C D E al triangolo B A E, è (come si è mostrato di sopra) come la proportion della F H alla G H. Conuertendo adūque la proportione del triangolo C D E al quadrāgolo C D A B è come la proportione della F H alla F G. Diuidendo adunque la proportione del triangolo A B E al quadrangolo A B C D è come la proportion della G H alla G F: e per conseguenza come la proportione del medesimo triangolo A B E alla superficie M. Adunque il quadrangolo A B C D, e la superficie M sono eguali, e tanto hauemo voluto dimostrare.

PROPOSITION XI. PROBLEMA XI.

Diuidere vn quadrangolo di lati equidistanti con vna linea equidistante ad vno de' suoi lati, secondo vna data proportione.

Sia il quadrangolo di lati equidistante A B C D, ilquale voglio diuidere secondo la proportione della G alla H, con vna linea equidistante al lato A B di esso. Perciòche diuiderò la linea B C nel punto E, secondo la proportione della G alla H, e tirarò la li nea

nea E F equidistante alla linea A B. e si hà l'intento. Perciòche p la prima del sesto la medesima pportione è quella del quadrangolo A B E F al quadrágolo F E C D; che quella della linea B E alla linea E C: e per conseguenza che quella della G alla H: che fu il proposito.

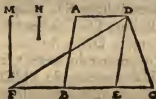
PROPOSITION XII. PROBLEMA XII.

Diuidere vn quadrangolo di duo lati solamente equidistanti con vna linea equidistante à suoi lati equidistanti secondo vna data proportione.

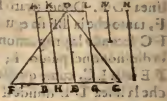
Sia il quadrangolo A B C D, delquale i duo lati A D & B C solamente siano equidistanti. Voglio adunque diuidere quel quadrangolo secondo la proportione della M alla N, con vna linea equidistante à suoi lati A D & B C. Perciòche i suoi lati A B & D C concorreranno necessariamente. Poniamo che ciò sia nel punto E: e porrò la proportione della H O alla L O secondo la proportione del triágolo D A E al triangolo C B E. Conuertendo, e diuidendo adunque serà la proportione del triangolo C B E, al quadrangolo D A B C, come quella della L O alla L H. Diuiderò mò la linea H L nel punto K, secondo la proportione della M alla N; talche sia la proportione della H K alla K L, come quella della M alla N: e sia la linea P mezzana proportionale frà le linee K O & O L: & porrò la proportione della F E alla C E, secondo la proportione della K O alla P. Dopoi tirarò la linea F G equidistante alla linea

nea D A. Dico adunque ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. *La ragione.* Perciòche la proportione del triangolo F G E al triangolo CBE, è come la proportione della F E alla CE duplicata. Adunq; è come la proportione ancora della K O alla P duplicata: e per conseguenza la proportione del triangolo F G E al triangolo CBE, è come la proportione della KO alla LO. Diuidendo adunque la proportione del quadrangolo FGBC al triangolo CBE, è come la proportione della KL alla LO. la proportion poi del triangolo CBE al quadrangolo ABCD (come si è mostrato di sopra) è come la proportione della LO alla LH. Per la proportionalità eguale adunque la proportion del quadrangolo FGBC al quadrangolo ABCD, è come la proportione della KL alla LH. Diuidendo adunq; la proportione del quadrangolo FGBC al quadrangolo A G F D è come la proportione della K L alla KH. Conuertendo adunque la proportione dell' AGFD al GBCF, è come quella della HK alla K L: e per conseguenza come quella della M alla N: che fu il proposito.

PROPOSITION XIII. PROBLEMA XIII.

Diuidere vn quadrangolo di duo lati equidistanti solamête, con una linea equidistante ad vno de'suoi lati non equidistanti secondo vna data proportione.

Siano

Siano solamente i duo lati A D B C del quadrangolo A B C D equidistanti. Voglio adunque diuidere quel quadrangolo secondo la proportione della M alla N, con vna linea equidistante al lato di esso A B. Da vn de'duo angoli adunque ò C ò D tirarò vna linea dentro al quadrangolo equidistante alla linea A B, e sia per essempio la linea D E. Dopoi tirarò la B E pe'l dritto fino al punto F, tanto che la BF sia eguale alla B E: e diuiderò la linea F C secondo la proportione della M alla N. e prima cada la diuisione nel punto E; talche sia la proportione della F E alla E C, come quella della M alla N. Dico adunque che la linea D E diuide il quadrangolo secondo che si propone. *La ragione.* Tirarò la linea DF. è adunque la pproportione del triangolo FDE al triangolo E DC, come la proportione della F E alla E C: adunque come la proportione della M alla N ancora. Mà per la prima del sesto, e per la 41. del primo il quadrangolo A B E D è vguale al triangolo FDE. Adunque la proportione del quadrangolo ABED al triangolo DEC, è come quella della M alla N, che fù il proposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione frà i punti F & F; talche sia maggiore la proportione della F E alla E C, che la proportione della M alla N. Diuisasi adunque la linea E C in parti eguali nel puuto G serà maggior proportione quella della B E alla E G, che quella della M alla N: per questo che la linea B E è la metà della linea F E:

E . e la

è la linea EG è la metà della linea E C; Diuisasi adunque la linea BG secondo la proportione della M alla N, caderà la diuisione frà i pũti B & E: e sia nel punto H; talche sia la medesima pportione qlla della BH alla HG che qlla della M alla N. Alhora tiratasi la linea H K equidistante alla linea BA; dico ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche tirarò pe'l dritto la linea A D fino al punto L; fin tanto che concorra con la linea GL equidistantemente alla linea D E. Perche adunque la linea E C è doppia alla linea EG, serà il parallelogrammo D E G L eguale al triangolo DEC. Aggiuntosi adunque all'vno & all'altro il quadrangolo KHED; serà il quadrangolo K H G L, eguale al quadrangolo KHCD. La medesima proportione adũq; è quella del quadrãgolo ABHK al quadrãgolo K HGL, & al quadrangolo KHCD: la proportion poi del quadrangolo ABHK al quadrangolo KHGL è come la proportione della B H alla H G: e per conseguenza come quella della M alla N. Adunque la proportione del quadrangolo ABHK al quadrangolo KH C D, è come la proportione della M alla N: che è il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti F & C nel punto R; talche sia la proportione della F R alla R C, come quella della M alla N. Alhora tirarò la linea DR: e per la *3* di questo diuiderò il triangolo D E C secondo la proportione del triangolo D E R al triangolo D R C, con la linea P Q equidistante al lato di esso D E; talche sia il quadrangolo D E P Q eguale al triangolo DER, & anche il triangolo QPC eguale al triangolo DRC. Dico adunque che la linea PQ diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche la proportione del triangolo F D R al

triangolo

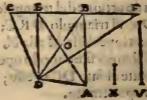
triangolo R D C, è come la proportione della M alla N, Mà il quadrangolo ABED è vguale al triangolo FDE, & il quadrangolo DEPQ è vguale al triangolo DER. Aduna que il pentagono ABPQD è vguale al triangolo F D R. Mà il triangolo D R C ancora è vguale al triangololo P-Q C. Aduaque la proportione del pentagono ABPQD al triangolo QPC, è come la proportione del triangolo F-DR al triangolo DRC; e per conseguenza come la proportione della M alla N, che fù il proposito.

Nel medesimo modo operaremmo con vna linea equidistante al lato DC di esso; e si vede manifesto tutto ciò che proponemmo.

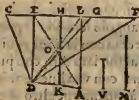
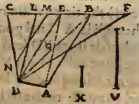
PROPOSITION XIIII. PROBLEMA XIIII.

Diuidere vn quadrangolo che non habbia lato veruno equidistante con vna linea equidistante ad vno de' suoi lati, secondo vna data proportione.

Verbi gratia il quadrangolo ABCD non habbia verun lato equidistante: mà però voglio diuiderlo secondo la proportione della V alla X, con vna linea equidistante al sub lato A B. Perciòche tirarò da vno de' duo angoli C ò D vna linea equidistāte alla linea A B, che passi dentro al quadrangolo, e sia per esfempio la linea D E: e tirarò le due linee E A, BD, che si taglino insieme nel punto O: & allungherò la linea C B pe'l dritto fino al punto F; finche sia la proportione della F B alla BE, coma la proportione

della AO alla OE, e tirarò la linea F D. Dopoi diuiderò la linea F C secondo la proportione della V alla X: e prima cada la diuisione nel punto E; talche sia la proportione della F E alla E C, com'è la proportione della V alla X. Dico adunque che la linea D E diuide il quadrangolo secondo che si propone. *La ragione.* Perciòche la proportione del triangolo A DO al triangolo ODE, è come la proportione della AO alla OE: e la proportione del triangolo ABO ancora al triangolo OBE, è come la proportione della AO alla OE. Congiungendo adunq; la proportione del triangolo B A D al triangolo BED, è come la proportione della A O alla O E: e per conseguenza come la proportione della F B alla BE: e secondo la medesima proportione è il triangolo F D B rispetto al triangolo B E D. Adunque il triangolo B A D è vguale al triangolo FBD. Aggiuncosi adunque il triangolo BDE commune all'vno & all'altro; serà il triangolo F D E eguale al quadrangolo A B E D. Mà la proportione del triangolo FDE al triangolo EDC, è come la proportione della FE alla EC: e per conseguenza come la proportione della V alla X. Adunque la proportione del quadrangolo A B E D al triangolo EDC è come la proportione della V alla X: che fu il proposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione frà i punti F & E (ò sia di dentro, ò sia di fuore del quadrangolo, che di ciò non si tien cura.) e poniamo che sia nel punto G; talche sia la proportione della FG alla GC, come la proportione della V alla X: è tirarò la linea G D. serà adunque la proportione del triangolo FGD al triangolo GDC, come quella della V alla X. Applicherò adunque per la decima di questo alla linea A B vna superficie eguale al triangolo

FGD,

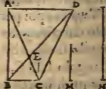
FGD, laquale venga contenuta da i duo angoli ABC & BAD, separandola con la linea HK equidistante alla linea AB: Dico adunque ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche passerà dentro al quadrangolo ABED per questo, che il triangolo FDE è vguale al quadrangolo ABED, & il triangolo FDG è minore del triangolo FDE. essendo adunque il triangolo FDE eguale al quadrangolo ABED, & il triangolo FDG vguale al quadrangolo ABHK; bisogna che il triangolo GDE sia eguale al quadrangolo KHED. Aggiuntouí adunque il triangolo EDC commune; serà il triango lo GDC eguale al quadrangolo KHCD. la medesima pportione adūq; è qlla del quadrangolo ABHK al quadrāgolo KHCD che quella del triāgolo FGD al triangolo GDC, e pconseguenza è come la proportione della V alla X: che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti E & C nel punto L, talche sia la proportione della FL alla LC, come quella della V alla X: serà adunq; la proportione del triāgolo FDL al triangolo LDC, come la proportione della V alla X. Taglierò poi per la terza di questo dal triangolo DEC vn triangolo simile à lui, & eguale al triangolo LDC, con la linea MN equidistante alla ED. Dico adunq; ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche il triangolo FDE è vguale al quadrāgolo ABED: & il triāgolo EDL è vguale al quadrangolo DEMN: per questo, che i triangoli MNC, & LDC sono eguali. Adunque il penta

gono ABMND è vguale al triangolo FDL. è adunque la medesima proportione quella del pentagono ABMND al triãgolo MNC; che qlla del triangolo FDL al triãgolo LDC: e per conseguenza che quella della V alla X, che fu il proposito.

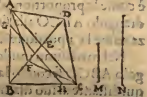
Si come mò si diuide il quadrangolo secondo la proportione data con la linea equidistante al suo lato AB; cosi può diuidersi con vna linea equidistante à qualunque altro lato suo, & è manifesto il proposito.

PROPOSITION XV. PROBLEMA XV.

Diuidere qualsiuoglia quadrangolo con vna linea equidistante ad vno de' suoi diametri, secondo vna data proportione.

Verbi gratia voglio diuidere il quadrangolo ABCD, secondo la proportione della M alla N, con vna linea equidistante al diametro suo AC. Perciòche tirarò il diametro BD, che tagli la AC nel punto E: e diuiderò la linea BD secondo la proportione della M alla N. Primieramente adunque cada la diuisione nel punto E; talche sia la medesima proportione quella della BE alla ED, che quella della M alla N. Dico adunque che il diametro AC diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche la proportione del triangolo ABE al triangolo AED, è come la proportione della BE alla ED.

Similmente

Similmente la proportione del triangolo BEC al triangolo EDC è come la proportione della BE alla ED. Congiungendo adunque serà la proportione del triangolo ABC al triangolo ADC, come la proportione della BE alla ED: e per conseguenza come la proportione della M alla N: che fu il proposito.

Secondo caso. Cada la diuisione frà i punti B & E nel punto F; talche sia la medesima proportione quella della BF alla FD, che quella della M alla N. Alhora tirarò le due linee FA, FC: e serà la proportione de'duo triangoli ABF, CBF congiunti insieme al quadrangolo AFCD; come la proportione della BF alla FD. Dal triangolo ABC adunque taglierò per la terza di questo il triangolo GBH simile à lui, & eguale à i duo triangoli ABF, CBF congiunti insieme, con la linea GH equidistante alla linea AC. Dico adunque quella linea diuidere il quadrangolo secõdo che si propone. Perciòche essendo il triangolo GBH eguale alla superficie ABCF; serà il triangolo AFC eguale al quadrãgolo AGHC. Aggiuntouisi adunque il triangolo ADC commune serà il quadrangolo AFCD eguale al pentagono AGHCD. La proportione adunque del triangolo GBH al pentagono AGHCD è come la proportione della superficie ABCF al quadrangolo AFCD: e per conseguenza come la proportione della M alla N: che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti E & D nel punto O; talche la proportione della BO alla OD sia come quella della M alla N. Alhora tirarò le due linee OA, OC. serà adunque la proportione del quadrangolo ABCO alla superficie AOCD, come la proportione

della B O alla O D: e per conseguenza come quella della M alla N. Taglierò adunque per la 3 di questo dal triangolo A C D il triangolo K L D simile à se, & eguale alla superficie AOCD, con la linea KL equidistante alla linea AC. Dico adunq; ch'ella diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche il triangolo AOC è vguale al quadrangolo ACLK. Adunque il quadrangolo ABCO è vguale al pẽtagono ABCLK: & il triangolo KLD eguale alla superficie AOCD. La proportione adunq; del pentagono ABCLK al triãgolo KLD, è come la proportione del quadrangolo ABCO alla superficie AOCD: e per conseguenza come la ꝓportione della M alla N: che fu il proposito.

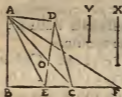
Nel medesimo modo faremo per diuidere il quadrangolo ABCD secondo la proportion data con vna linea equidistante al suo diametro BD: & è manifesto il proposito.

PROPOSITION XVI. PROBLEMA XVI.

Diuidere qualsiuoglia quadrangolo con vna linea equidistante ad vna linea assegnata nel quadrangolo, laquale nõ sia equidistante ad alcuno de' lati suoi, ne ad alcuno de' suoi diametri, secondo vna data proportione.

Come verbi gratia voglio diuidere il quadrangolo ABCD secondo la proportione della V alla X, con vna linea equidistante alla linea AE. Perciòche tirarò i duo dia-

metri

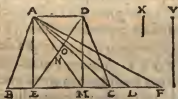
metri AC, E D, che si taglino insieme nel punto O. Dapoi tirarò la linea BC per lo dritto fino al punto F; tanto che sia la proportione della EC alla C F, come la proportione della EO alla OD: e tirarò la linea A F. Alhora diuiderò la linea BF secondo la proportione della V alla X. e prima cada la diuisione nel punto E; talche sia la proportione della BE alla E F, come quella della V alla X. Dico adunque che la linea A E diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche la proportione del triangolo AEC al triangolo ACD, è come la proportione della E O alla OD. Adunque è come la proportione della EC alla CF: e per conseguẽza come la proportione del triangolo A E C al triãgolo ACF. Adunque i triangoli ACF, & A C D sono eguali. Tutto il quadrangolo adunque A E C D è vguale à tutto il triangolo A E F. La medesima proportione adunq; è q̃lla del triangolo ABE al quadrangolo A E C D, che al triangolo A E F. Mà la proportione del triangolo A B E al triangolo AEF, è come la proportione della V alla X. Adunque la proportione del triangolo A B E al quadrangolo AECD, è come la proportione della V alla X: che fu il proposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione frà i punti B & E, nel punto G; talche sia la proportione della B G alla G F, com'è quella della V alla X. Alhora tirarò la linea A G: e taglierò per la 3 di questo dal triangolo A B E il triangolo H B K simile à se, & eguale al triangolo A B G, con la linea H K equidistante alla linea A E. Alhora dico essa diuidere il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche serà il quadrangolo

AHKE restante del triangolo ABE, eguale al triango lo AGE restante del medesimo ABE. Mà il quadrangolo AECD ancora è vguale al triangolo AEF. Adunque il pentagono AHKCD è vguale al triangolo AGF. La medesima proportione adunque è quella del triangolo HBK al pentagono AHKCD, che quella del triãgolo ABG al triangolo AGF. Adunque è come quella della BG alla GF: e per conseguenza come quella della V alla X: che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò diuisione frà i punti E & F. Perche adunque la AE non è equidistante alla CD; tirarò da vno de'duo angoli D, C vna linea dentro al quadrã golo equi stante alla linea AE: laquale per essempio sia la linea DM: e tirarò la linea AM che tagli la linea ED nel punto N. Farò poi la proportione della LM alla ME secondo la proportione della DN alla NE: e questo si può fare in vn subito, tirãdo la linea DL equidistãte alla linea AM. Caderà adunque il punto L di quà dal punto F, p questo che se la linea DF fosse tirata, sarebbe equidistante alla linea AC. Alhora tirarò la linea AL.

Serà adunque il triangolo AEL eguale al quadrangolo AEMD. Diuidasi adunque la linea BF secondo la proportione della V alla X: e cada hora la diuisione frà i punti E & L nel punto R; talche sia la medesima proportione quella della BR alla RF, che quella della V alla X. Tirarò poi

rò poi p la 10 di q̃sto la linea PQ eqdistãte alla linea AE; talche la sup̃ficie AEQP sia eguale al triãgolo AER. & p che il triãgolo AEL è maggiore del triãgolo AER, & il triangolo AEL è vguale al quadrangolo AEMD; serà perciò il quadrangolo AEQP minore del quadrangolo AEMD. Dico adunque che la linea PQ diuide il quadrangolo ABCD secondo che si propone *La ragione*. Perche il quadrangolo AECD è vguale al triangolo AEF, & il quadrangolo AEQP è vguale al triangolo AER. Adunque il quadrangolo PQCD restante è vguale al triangolo ARF restante. Similmẽte perche il quadrangolo AEQP è vguale al triangolo AER; aggiuntouisi il triangolo ABE commune; serà il quadrangolo ABQP eguale al triangolo ABR. è adunque la medesima proportione quella del quadrãgolo ABQP al quadrangolo PQCD; che q̃lla del triangolo ABR al triãgolo ARF. Adunq; è come quella della BR ancora alla RF: e per consequenza come quella della V alla X: che fu il proposito.

Quarto caso. Cada poi la diuisiõe nel pũto L; talche sia la medesima ꝓportiõe quella della BL alla LF, che quella della V alla X. Alhora dico che la linea DM diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche il triangolo AEF è vguale al quadrãgolo AECD: & il triangolo AEL è vguale al quadrangolo AEMD. Adunque il triangolo ALF restãte, è vguale al triangolo DMC restante.

Similmente perche il quadrangolo AEMD è vguale al triangolo AEL; aggiuntouisi il triangolo ABE commune; serà il quadrangolo ABMD eguale al triangolo ABL. La medesima proportione adunque è quella del quadran

golo ABMD al triangolo DMC, che quella del triango lo ABL, al triangolo ALF, e per conseguenza è come quella della V alla X che fu il proposito.

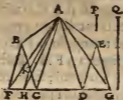
Quinto caso. Cada mò la diuisione frà i punti L & F nel punto Y; talche sia la medesima proportione quella della BY alla YF che quella della V alla X: e tirarò la linea AY. Perche adunque il triangolo DMC è vguale al triangolo ALF, & il triangolo ALF è maggiore del triangolo AYF; serà il triangolo DMC maggiore del triangolo AYF. Taglierò adunque dal triangolo DMC per la terza di questo il triangolo STC simile à se, & eguale al triangolo AYF, con la linea ST equidistante alla linea DM. Dico adunq; che la linea ST diuide il quadrangolo secondo che si propone. Perciòche essendo il triangolo DMC eguale al triangolo ALF, & anche il triangolo STC eguale al triangolo AYF; serà il quadrangolo DMTS restante, eguale al triangolo restante ALY. Essendo adunque il quadrãgolo ABMD eguale al triangolo ABL, serà il pentagono ABTSD eguale al triangolo ABY. La medesima ꝓportione adunq; è q̃lla del pentagono ABTSD al triãgolo STC; che q̃lla del triangolo ABY al triangolo AYF. Adunq; è come q̃lla della BY alla YF ancora: e per conseguenza come quella della V alla X: e questo è quello, che volemmo dimostrare.

E' mò da notarsi che si come si diuide vn quadrangolo con vna linea equidistãte ad vna linea tiratasi da vn'angolo suo, laquale ne sia equidistante à i suoi lati, ne à i suoi diametri; cosi si può diuidere con vna linea equidistante ad vna linea non tirata da angolo assegnato: come

tirando vna linea da qualche angolo del quadrangolo, laquale cada dentro dal quadrangolo, e sia equidistante ad vna linea assegnata; & alhora operaremo secondo che di già hauemo insegnato.

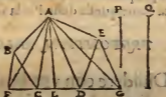
PROPOSITION XVII. PROBLEMA XVII.

Diuidere qualsiuoglia noto pentagono con una linea tirata da qualsiuoglia angolo suo, secondo vna data proportione.

Verbi gratia voglio diuidere il pentagono A B C D E secondo la proportione della P alla Q con vna linea tirata dall'angolo suo A. Tirarò le due linee AC, AD: e dal l'angolo B tirarò la linea B F equidistante alla linea AC; finche concorra con la linea DC allungatasi, nel punto F. Similmente dall'angolo E tirarò la linea EG equistante alla linea AD; finche concorra con la linea CD allungatasi, nel punto G. Alhora tiratesi le linee AF, AG; serà il triangolo AFG eguale al pentagono ABCDE, perquesto che il triangolo A B C è vguale al triangolo AFC, & il triangolo AED è vguale al triangolo AGD. Aggiuntosi lo ACD cōmune all'vno & all'altro, si vede manifesto quello che dicēmo. Diuiderò adunq; la linea FG secōdo la pportione della P alla Q: e cada prima la diuisione frà i punti F & C nel punto H; talche sia la proportione della F H alla H G come la proportione della P alla Q. Tirarò adūque

que la H K equidistante alla linea B F, finche toccherà la linea B C nel pũto K. è adũq; la medesima ꝓportione q̃lla della B K alla K C; che quella della F H alla H C per la seconda del sesto. Tiratasi poi la linea A K; dico essa diuidere il pentagono secondo che si propone. Perciòche tirarò la linea A H. Perche adunque il triangolo A E D è vguale al triangolo A G D: aggiuntouisi lo A C D commune; serà il quadrãgolo A C D E eguale al triangolo A C G. Similmente perche il triangolo A K C è vguale al triangolo A H C per l'equidistãza delle linee K H & A C; serà il pẽtagono A K C D E eguale al triangolo A H G. Similmente perche la medesima proportione è quella della B C alla B K, che quella della F C alla F H; serà la medesima proportione quella del triangolo A B C al triangolo A B K; che quella del triangolo A F C al triangolo A F H. Permutando adunque la medesima proportione è quella del triangolo A B C al triangolo A F C; che quella del triangulo A B K al triangolo A F H. Essendo adunque i triangoli A B C & A F C eguali; seranno eguali i triãgoli A B K, & AFH. La medesima proportione adunque è quella del triãgolo ABK al pẽtagono AKCDE, che quella del triãgolo AFH al triãgolo A H G. Adunque è come quella della F H alla H G ancora, e per conseguenza come quella della P alla Q: che fu il proposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione nel punto C; talche sia la medesima proportione quella della F C alla F G, che quella della P alla Q. Alhora dico che la linea A C diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche come si è mostrato di sopra, il quadrangolo A C D E è vguale al triangolo A C G: & il triangolo A B C è vguale al

le al triangolo A F C. Adunque la medesima proportione è quella del triangolo A B C al quadrangolo A C D E; che quella del triangolo A F C al triangolo A C G. Adunque è come quella della F C alla C G, e per conseguenza, come quella della P alla Q: che fù il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione nel punto L frà i pũti C & D; talche sia la proportione della F L alla L G, come quella della P alla Q. Tirarò adũque la linea A L: laquale dico diuidere il pentagono secõdo che si propone. Perciòche essendo il triangolo A B C eguale al triangolo A F C; aggiuntouisi lo A C L cõmune; serà il quadrãgolo A B C L eguale al triangolo A F L. Similmẽte posto il triangolo A L D insieme con l'vno e con l'altro triãgolo A E D, AGD, serà il quadrãgolo ALDE eguale al triangolo A L G. La medesima proportione adunque è quella del quadrangolo A B C L al quadrãgolo A L D E, che quella del triangolo A F L al triangolo A L G. Adunque è come quella della F L alla L G, e per conseguenza come quella della P alla Q: che fù il proposito.

Quarto caso. Cada poi la diuisione nel punto D: Alhora dico che la linea A D diuide il pentagono secondo che si propone, & è manifesto il proposito, come si manifestò quando cadde la diuisione nel punto C.

Quinto caso. Cada mò la diuisione frà i punti D & G nel punto M, talche sia la medesima proportione quella della F M alla M G, che quella della P alla Q. Alhora altirerò la linea M N equidistante alla linea G E; finche toccherà la linea D E nel punto N: e tirrarò la A N,

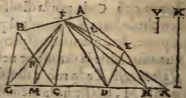
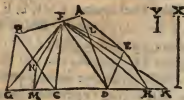
laquale dico diuidere il pentagono secondo che si propo ne. Perciòche tiratasi la linea AM s'arguisce come di sopra nel primo caso, che il triangolo A E N è vguale al triangolo AGM: e che il pentagono ABCDN è vguale al triangolo A F M: è adunque la medesima proportione quella del pentagono ABCDN al triangolo ANE, che quella

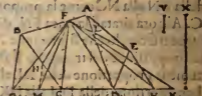
del triangolo A F M al triangolo AMG. Adunque è come la proportione della FM ancora alla MG: e per cōseguenza come quella della P alla Q: che fu il propósito.

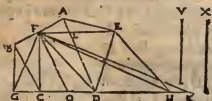
PROPOSITION XVIII. PROBLEMA XVIII.

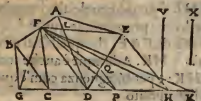
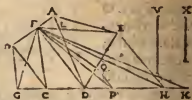
Diuidere con vna linea tirata da vn punto assegnato in vn lato d'un noto pentagono, il detto pentagono secondo vna nota proportione.

Verbi gratia voglio diuidere il pentagono ABCDE secondo la proportione della V alla X, con vna linea tirata dal pūto F assegnato nel lato suo A B. Perciòche tirarò le linee F C, F D, F E: e tirarò la linea B G equidistante alla linea F C, e la linea EH equidistante alla linea FD; finche concorrano con la linea CD allungatasi

da

da vna parte e dall'altra, ne' punti G & H: è tirarò la linea AD laqual feghi la linea FE nel punto L. Dopoi tirarò la linea DH fino al punto K; finche fia la proportione della DH alla HK, come quella della DL alla LA: e questo fi farà imaginandofi la linea AK tirarfi equidiftante al la linea LH. Alhora tirarò le linee FG, FH, FK. Diuiderò adunque la linea GK fecondo la pportione della V alla X: e cada prima la diuifione frà i pũti G & C nel pũto M; talche fia la medefima pportione quella della GM alla MK, che quella della V alla X. Diuiderò poi la linea BC nel pũto N, con la linea MN equidiftante alla linea BG: e ferà la proportione della BN alla NC come la proportione della GM alla MC. Alhora tiratafi la linea FN; dico ch'ella diuide il pentagono fecondo che fi propone. *La ragione.* Perciòche la proportione del triangolo FDE al triangolo FAE è come la proportione della DL alla LA. Adunq; è come la proportione della DH alla HK ancora: laquale è come la proportione del triangolo DFH al triangolo HFK. La proportione adunq; del triangolo FDE al triangolo FAE è come la proportione del triangolo DFH al triangolo HFK. Permutando adunque la proportione del triangolo DFE al triangolo DFH, è come la proportione del triangolo FAE al triangolo FHK. Mà i triangoli DFH & DFE fono eguali per l'equidiftanza delle linee FD & EH. Adunque i triangoli FAE & FHK fono eguali. Il quadrangolo FDEA adunq; è vguale al triangolo FDK. Aggiuntoui fi adunque lo FCD commune; ferà il pentagono FCDEA eguale al triangolo FCK.

Poniamoci à mente questo Dall'altra parte tirarò la linea FM. Perche adunq; il triangolo FBC è vguale al triangolo FGC: & la medesima ꝓportione è quella della BN alla NC; che quella della GM alla MC; serà il triangolo FBN eguale al triangolo FGM, & il triangolo FNC eguale al triangolo FMC. Congiungendo adunq; manifesta cosa è che l hessagono ENCDEA è vguale al triangolo MFK: & i triangoli FBN & FGM sono eguali. La medesima ꝓportione adũq; è qlla del triãgolo FBN all'hessagono FNCDEA, che qlla del triãgolo FGM al triãgolo FMK. Adunque è come quella della linea GM alla linea MK ancora: e per conseguenza come quella della V alla X: che fu il proposito.

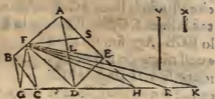
Secondo caso. Cada poi la diuisione nel punto C; talche sia la medesima ꝓportione quella della GC alla CK, che quella della V alla X. Dico adunque la linea FC diuidere il pentagono secondo che si ꝓpone. Perciòche essendosi già dimostrato che il pentagono FCDEA è vguale al triangolo FCK, e che il triangolo FBC ancora è vguale al triangolo FGC. è perciò la medesima proportione quella del triangolo FBC al pentagono FCDEA; che quella del triangolo FGC al triangolo FCK. è adunque come quella della linea GC ancora alla CK: e per consegnenza come quella della V alla X: che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti C & D ne' punto O; talche sia la medesima proportione quella de la GO alla OK, che quella della V alla X. Dico adunque che la linea FO diuide il pentagono secondo che si propone,

propone. Perciòche aggiuntosi il triangolo F O D commune al quadrangolo F D E A, & al triangolo eguale à lui F D K; serà il pentagono F O D E A eguale al triangolo F O K. Aggiuntosi similmente il triangolo F C G commune à i duo triãgoli eguali F B C & F G C; serà il quadrangolo F B C O eguale al triangolo F G O. è adunq; la medesima proportione q̃lla del quadrangolo F B C O al pentagono F O D E A; che quella del triangolo F G O al triangolo F O K. Adunque è come quella della G O ancora alla O K: e per conseguenza come quella della V alla X: che fu il proposito.

Quarto caso. Cada poi la diuisione nel punto D; talche sia la medesima proportione quella della G D alla D K; che quella della V alla X. Dico adunque che la linea F D diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche aggiuntosi il triangolo F C D commune à i triangoli eguali F B C, & F G C; si vede manifestamente la ragione.

Quinto caso. Cada mò la diuisione frà i punti D & H nel punto P; talche sia la medesima proportione quella della G P alla P K, che quella della V alla X. Alhora diuiderò la linea D E nel punto Q con la linea P Q equidistãte alla linea E H. serà adunque la medesima proportione q̃lla della D Q alla Q E; che quella della D P alla P H. Tiratasi adunque la linea

FQ; Dico ch'ella diuide il pētagono secondo che si propone. Perciòche tutto il quadrangolo FDEA è vguale à tutto il triangolo FDK. Ma il triangolo FDQ ancora è vguale al triangolo FDP. Adunque il quadrangolo FQEA restante è vguale al triangolo restante FPK. Il quadrangolo FBCD ancora è vguale al triangolo F GD. Aggiuntosi adūque il triangolo FD Q al quadrangolo F BCD: & aggiūtosi il triangolo FDP eguale al triãgolo FD Q, al triangolo FG D; è manifesto che

il pentagono FBCDQ è vguale al triangolo FGP. La medesima proportione adunque è quella del pentagono FBCDQ al quadrãgolo FQEA; che quella del triãgolo FGP al triangolo FPK: e per cōseguenza è come la proportione della V alla X: che fù il proposito.

Sesto caso. Cada poi la diuisione nel punto H. Dico adunque che la linea FE diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche essendo il quadrãgolo FBC D eguale al triangolo FGD: & il triangolo AFE (come s'è detto di sopra) eguale al triãgolo FHK: & il triãgolo FDE eguale al triangolo FDH; Il pentagono FB CDE è perciò eguale al triangolo FGH. è adunque la medesima proportione quella del pentagono FBCDE al triangolo FAE; che quella del triangolo FGH al triangolo FHK. Adunque è anche come quella della GH alla HK: e per cōseguenza com'è quella della V alla X: che fù il proposito.

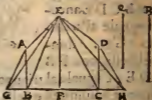
Settimo caso. Cada mò la diuisione frà i punti H & K nel punto R; talche sia la medesima proportione quella della GR alla RK, che quella della V alla X. Alhora diuiderò

uiderò la linea E A nel punto S; talmente che sia la medesima proportione quella della E S alla S A, che quella della H R alla R K. Dico adunque che la linea F S diuide il pentagono secondo che si propone Percioche essendo il triangolo A F E eguale al triangolo F H K; e la proportione della E S alla S A, è come la proportione della H R alla R K; serà il triangolo F E S eguale al triangolo F H R: & anco il triangolo F S A eguale al triangolo F R K. Mà il pentagono F B C D E ancora è vguale al triangolo F G H. Adunque l'hessagono F B C D E S è vguale al triangolo F G R. La medesima proportione adunque è quella dell'hessagono F B C D E S al triangolo F S A; che quella del triangolo F G R al triangolo F R K. Adunque è anco come quella della linea G R alla linea R K: e per cõseguenza come quella della V alla X: che fù il proposito.

PROPOSITION XIX. PROBLEMA XIX.

Diuidere vn pentagono di duo lati equidistã te con vna linea equidistante à i suoi lati equidistãti, secõdo vna data proportione.

Verbi gratia voglio diuidere il pentagono A B C D E secondo la proportione della Q alla R, oon vna linea equidistante al suo lato A B: ilqnale lato poi ouero è equidistante al lato C D, ouero al lato D E. Sia prima equidistante adunque al lato C D. Alhora tirarò

la linea

la linea EF equidistante al lato AB: e tirarò le linee EB, & EC. Dopoi tirarò la linea AG equidistante alla linea EB: e la linea DH equidistante alla linea EC; finche con corrano con la linea BC allungatasi dall'vna parte e dall' altra, ne' punti G & H. Dopoi diuiderò la linea GH secon do la proportione della Q alla R: e prima cada la diuisio ne nel punto F. Dico adunque che la linea EF diuide il pentagono secondo che si propone. *La ragione.* Perciò-che essendo la linea AG equidistante alla linea EB, tiratasi la linea EG; serà il triangolo EAB eguale al triango-lo EGB. Aggiũtouisi adun que il triangolo EBF commune; serà il triangolo EGF eguale al quadrangolo EA BF. Similmente perche la linea DH è equidistante al-la linea EC, tiratasi la linea EH; serà il triangolo EDC eguale al triangolo EHC. Aggiuntouisi adunque il trian golo EFC commune serà il triangolo EFH eguale al qua drangolo EFCD: e prima fu eguale al quadrangolo AB-FE il triangolo EGF. La medesima proportione adunq; è quella del quadrangolo ABFE al quadrangolo EFCD, che quella del triangolo EGF al triangolo EFH. è adun que come quella della linea GF alla FH: e per conseguen za come quella della Q alla R, che fu il proposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione frà i punti G & F nel punto K; talche sia la proportione della GK alla KH, come quella della Q alla R. Alhora tirarò la linea EK. Perche adunque il triangolo EGK è minore del triango lo EGF: & il triangolo EGF è vguale al quadrangolo ABFE; serà il triangolo EGK minore del quadrangolo ABFE. Applicherò adunque alla linea AB per la 10 di questo la superficie ABLM eguale al triangolo EGK;

con

con la linea LM equidistante alla linea A B. Dico adunque che la linea LM diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche il triãgolo EGK è vguale al quadrangolo ABLM, e tutto il triangolo EGH è vguale à tutto il pentagono ABCDE. Adunque il triangolo EKH restante, è vguale al pentagono MLCDE restante. La medesima proportione adunq; è quella del quadrangolo ABLM al pentagono MLCDE; che quella del triangolo EGK al triangolo EHK, e per conseguenza è come quella della Q alla R che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti F & H, nel punto N: e tirisi la linea EN. serà adunque il triangolo EHN minore del quadrangolo EFCD; perquesto ch'egli è minore del triangolo EHF eguale ad esso. è perciò per la 10 di questo applicherò alla linea DC la superficie POCD eguale al triangolo EHN con la linea OP equidistante alla linea CD. Dico adunque che la linea OP diuide il pẽtagono secõdo che si propone. Perciòche essendo il quadrangolo POCD eguale al triangolo ENH: e tutto il triangolo EGH eguale a tutto il pentagono ABCDE; serà il pẽtagono ABOPE restãte eguale al triãgolo restãte EGN. è adũq; la medesima proportione quella del pentagono ABOPE al quadrangolo POCD, che quella del triangolo EGN al triangolo ENH, e per conseguenza che quella della Q alla R: che fu il proposito. Similmente poi si come si diuide il

pentagono

pentagono A B C D E, il quale habbia i duoi lati A B, C D equidistanti, formandosi la dimostratione sopra la linea B C opposta all'angolo E, posto frà i duo lati equidistanti; così posti i duo suoi lati A B, D E equidistanti; si diuiderà con vna linea equidistante alla A B, formandosene la dimostratione sopra il suo lato E A, opposto al suo angolo C, posto frà i duo suoi lati A B, D E equidistanti: & in qualsiuoglia modo è manifesto il ꝓposito.

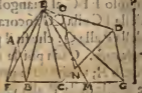
PROPOSITION XX. PROBLEMA XX.

Diuidere vn pentagono, del quale vn suo lato sia equidistante ad vn suo diametro, cõ vna linea equidistãte à quel lato, & à quel diametro, secondo una data proportione.

Verbi gratia vogl io diuidere il pentagono A B C D E, secondo la proportione della P alla Q, con vna linea equidistante al suo lato A B, il qual lato è equidistante al suo diametro C E. Perciòche tirarò la linea E B, & alla stessa E B poi tirarò equidistante la linea A F; e la D G equidistante alla linea E C; finche concorrano con la linea B C allungatasi dall'vna parte e dall'altra ne i punti F & G. Tiratesi poi le linee E F & E G, sarà il triãgolo E F G eguale al pentagono A B C D E propostoci: com'è manifesto pe'l modo, con che si arguisce nella premessa. Diuiderò adunque la linea F G secondo la proportione della P alla Q. Cada adunque la diuisione ò nel punto C, ò nanzi al punto C,

to C, ò dopò il punto C. e cada prima nel pũto C; talche sia la medesima pportione quella della F C alla C G, che quella del a P alla Q. Dico adunq; che la linea EC diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche il quadrangolo ABCE è vguale al triangolo EFC; per questo che il triangolo ECD restãte è vguale al triangolo restante ECG: e tutto il pentagono egua'e à tutto il triangolo. La medesima proportione adunque è quella del quadrangolo ABCE al triangolo ECD; che quella del triangolo EFC al triangolo ECG. è adunque come quella della FC alla CG ancora, e per conseguenza come quella della P alla Q: che fu il proposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione frà i punti F & C nel punto H; talche sia la proportione della FH alla HG come quella della P alla Q. Perche adunque il quadrangolo ABCE è vguale al triangolo EFC: & il triangolo EFH è minore del triangolo EFC; serà il triangolo EFH minore del quadrangolo ABCE. Applicherò adunque alla linea AB per la 10 di questo il quadrangolo ABKL eguale al triangolo EFH, con la linea KL equidistante alla linea AB. Dico adunque la stessa linea KL diuidere il pentagono secondo che si propone. Perciòche essendo tutto quel pentagono eguale à tutto il triangolo EFG, & il quadrãgolo ABKL è vguale al triangolo EFH; serà il pentagono LKCDE restante eguale al triangolo EHG restante. La medesima proportione adunque è quella del quadrãgolo ABKL al pentagono LKCDE; che qlla del triãgolo EFH al triãgolo EHG. Adũq; è come quella della FH alla HG ancora: e per conseguenza come quella della P alla Q: che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti C & G nel punto M; talche sia la medesima proportione quella della F M alla M G, che quella della P alla Q. Perche adunque il triangolo E D C è vguale al triãgolo E G C & il triangolo E M C è minor del triangolo E G C; serà per questo il triangolo E M C minore del triangolo E D C. Applicherò adunque alla linea E C il quadrangolo E C N O eguale al triangolo E M C, con la linea N O equidistante alla linea E C, secondo che ne insegna la 10 di questo: ouero, che è il medesimo, taglierò per la terza di questo il triangolo D O N dal triangolo D E C simile à se, & eguale al triangolo E G M. Dico adunque che la linea N O diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche essendo tutto il pentagono A B C D E eguale à tutto il triangolo E F G: & il triangolo O N D eguale al triangolo E M G; serà l'hessagono A B C N O E restante eguale al triangolo E F M restante. La medesima proportione adunque è quella dall'hessagono A B C N O E al triangolo O N D; che quella del triangolo E F M al triangolo E M G. è adunque come quella della F M alla M G ancora, e per consequenza come quella della P alla Q: che fù il proposito.

PROPOSITION XXI. THEOREMA I.

Assegnatosi qualsiuoglia lato d'vn pentagono; che ne sia equidistante ad alcun lato suo, ne ad alcun suo diametro; si possano tirar dentro dal pentagono da duo quai si

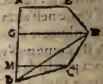
siano de' tre angoli da nissuna parte congiunti al detto lato, due linee equidistanti à quel lato assegnatosi.

Pongasi verbi gratia che nel pentagono ABCDE, il lato suo A E ne sia equidistante ad alcun lato suo, ne al suo diametro B D. Alhora dico che da quai duo angoli de gli tre B, C, D si siano, si possano tirare due linee dentro al pentagono, l'vna e l'altra del le quali serà equidistante al lato A E. Perciòche poiche le A B & B D non sono equidistanti, allungandole più, ò concorrerranno dalla parte A B, ò dalla parte B D. Se della parte A B; alhora la linea B F tirata dal punto B equidistante alla linea A E, necessariamente caderia sopra il lato E D, come nell'vna e nell'altra delle prime figure di sopra. Mà se concorreranno dalle parte E D. Alhora la linea D G tiratasi dal punto D equidistante al la linea A E, di necessità caderà sopra il lato A B: come nell'vna, e nell'altra delle figure di sotto.

Similmente se la A E, e la B D concorressero dalla parte A B, come nell'vna, e nell'altra delle figure di sopra; alhora poiche la linea B F, non è equidistante alla linea C D, ò concorreranno con essa dalla parte F D, ò dalla parte B C. Se dalla parte F D, come nella prima delle di sopra; Alhora dal punto D si può tirar la D H equidistante alla linea A E, che cada sù'l lato B C. Ma se le B F, e C D concorressero dalla parte B C come nella seconda delle di sopra; Alhora

 dal

dal punto C si può tirare la C K equidistante alla linea A E, che cade su'l lato E D. Hauemo adunque le B F, DH equidistanti alla linea A E, nella prima figura delle di sopra: & hauemo le BF, C K equidistanti alla medesima linea nella seconda delle figure di sopra.

Mà se le A E, B D concorressero dalla parte E D, come nell'vna, e nell'altra delle figure di sotto; Alhora la linea D G, poi che non è equidistante alla linea B C, ò concorrerà con essa dalla parte G B, ò dalla parte D C. Se dalla parte della G B, come nella prima delle figure di sotto; alhora dal punto B si può tirare la B L equidistante alla linea A E, e caderà su'l lato C D, Mà se le G D, e B C concorreranno dalla parte C D, come nella seconda delle figure di sotto; Alhora dal punto C si può tirare la C M equidistante alla linea A E, che cada su'l lato A B. Hauemo adunque le D G, & B L nella prima delle figure di sotto: e le D G, C M nella seconda delle figure di sotto: equidistanti alla linea A E, e cadenti dentro al pentagono. è manifesto adunque quanto voleuamo dimostrare.

PROPOSITION XXII. PROBLEMA XXI.

Diuidere vn pentagono con vna linea equidistante ad vn suo lato assegnatosi, ilqual la te à nissun'altro lato suo, ne ad alcun suo diametro sia equidistante, secondo vna data proportione.

Sia il lato AB del pentagono ABCDE, ne equidistante al diametro EC, ne ad alcuno de'lati ED, CD. Voglio adunque diuiderlo secondo la proportione della Y alla Z, con vna linea equidistante al lato suo AB. Percioche da duo de'tre angoli C, D, E, tirarò due linee dentro al pentagono equidistanti al suo lato AB. Ouero adunq; quelle due linee discendenti così da gli angoli, caderanno sopra il medesimo lato, ouero sopra i lati opposti. Cadano adunq; prima sopra i lati opposti: e siano le EF, CG; talche il punto F sia nel lato BC, & il punto G sia nel lato ED. Formerò la dimostratione adunque sopra il lato, su'l quale cade il parallelo più vicino alla linea AB: ciò è sopra il lato BC. Tirarò adunque le linee EB, & EC. Dopoi tirarò la AH equidistante al la linea EF, e la linea DK equidistante alla linea EC; finche concorrano con la linea BC allungatasi più dall'vna, e dall'altra parte, ne'punti H & K: e tirarò le linee EH, & EK. Perche adunque il triangolo EAB è vguale al triangolo EHB: & il triangolo EDC è vguale al

triangolo

triangolo E K G; aggiuntouisi il triangolo E B C commune; serà il pentagono A B C D E eguale al triãgolo E H K: *E questo hà da tenersi à mente*. Tirarò anche la linea G L equidistãte alla linea E C: e tirarò la linea E L. Alhora diuiderò la linea H K secondo la proportione della Y alla Z. Ouero adunque caderà la diuisione nel punto F, ò nel punto L, ouero frà i punti H & F, ò fra i punti F & L, ò frà i punti L & K. Cada adunque prima ne' punto F; Talche sia la medesima proportiõe quella della H F alla F K, che que la della Y alla Z. Dico adunque che la linea E F diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche il quadrãgolo E A B F è vguale al triãgolo E H F: & il quadrangolo E D C F. è vguale al triãgolo E K F. è adunque la medesima proportione quella del quadrãgolo E A B F al quadrãgolo E D C F, che quella del triangolo E H F al triangolo E K F. Adunque è come quella della H F alla F K ancora: e per conseguenza come quella della Y alla Z: che fù il proposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione nel punto L. Dico adunque che la linea C G diuide il pentagono secõdo che si propone. Perciòche essendo le linee E C, & G L equidistanti; seranno i triangoli E G C, & E L C eguali. Mà i triangoli totali E D C, & E K C sono eguali. Adunque il triangolo G C D ancora è vguale al triangolo E L K. Il quadrangolo A B C G è ancora è vguale al triangolo E H L. Adunque il pentagono A B C G E è vguale al triangolo E H L. La medesima proportione adunq; è qlla del pẽtagono A B C G E al triãgolo G C D, che qlla del triãgolo E H L al triangolo E L K. è adunque come quella della H L

la H L alla L K ancora, e per conseguenza come quella della Y alla Z: che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione frà i punti H & F nel punto M; e tirisi la linea E M. Perche adunque il triangolo E H F è vguale al quadrangolo E A B F: & il triangolo E H M è minore del triangolo E H F; serà per ciò il triangolo E H M minore del quadrangolo E A B F. Applicherò adunque per la 10. di questo alla linea A B la supficie A B N O eguale al triangolo E H M con la linea N O equidistante alla linea A B. Dico adũque la linea N O diuidere il pentagono secondo che si suppone. Perciòche il pentagono A B C D E è vguale al triangolo E H K: & il quadrangolo A B N O è vguale al triangolo E H M. Adunque il pentagono O N C D E restante è vguale al triangolo E M K restante. La medesima proportione adunque è quella del quadrangolo A B N O al pentagono O N C D E; che quella del triãgolo E H M al triangolo E M K. Adunque è come quella ancora della H M alla M K: e per cõseguenza come quella della Y alla Z: che fù il proposito.

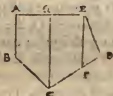
Quarto caso. Cada poi la diuisiõe frà i punti F, & L nel pũto P: e tirisi la linea E P. Perche adũque il triangolo E F L è vguale al quadrangolo E F C G: & il triãgolo E F P è minore del triangolo E F L; serà il triangolo E F P minore del quadrangolo E F C G. Applicherò adunque

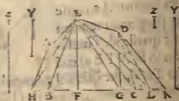
dunque alla linea EF per la 10. di questo il quadrango lo EFQR eguale al triangolo EFP, con la linea QR equidistante alla linea EF. Dico adunque che la linea QR diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche il triangolo EHP è vguale al pentagono ABQRE, e tutto il pentagono ABCDE è vguale à tutto il triangolo EHK. Adunque il quadrangolo RQCD restante è vguale al triangolo EPK. La medesima proportione adunque è quella del pentagono ABQRE al quadrangolo RQCD; che quella del triangolo EHP al triangolo EPK. Adunque è come quella ancora della HP alla PK, e per conseguenza come quella della Y alla Z: che fu il proposito.

Quinto caso Cada mò la diuisione frà i punti L & K, nel punto S. Perche adunque per l'equidistanza delle linee EC & GL i triangoli EGC & ELC sono eguali, & i triangoli totali EDC, & EKC sono anco eguali; seranno per ciò i triangoli GDC, & EKL restanti eguali. Mà tiratasi la linea ES, il triangolo EKS è minore del triangolo EKL. Il triangolo EKS adunque è minore del triangolo GDC. Per la terza di questo adunque taglierò dal triangolo GDC il triangolo TDV simile à se, & eguale al triangolo EKS, con la linea TV equidistante alla linea GC.

Dico

Dico adunque che la linea TV diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche tutto il pentagono ABCDE è vguale à tutto il triangolo EHK, & il triangolo TDV eguale al triangolo EKS. Adunque l'hessagono ABCVTE restante è vguale al triangolo EHS restante. La medesima proportione adunque è quella dell'hessagono ABCVTE al triãgolo TDV, che q̃lla del triangolo EHS, al triãgolo EKS. Adunq; è come quella della HS alla SK ancora: e p conseguenza come quella della Y alla Z: che fu il proposito.

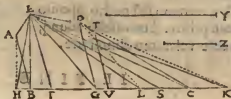
Mà se le due linee EF & CG, lequali sono equidistanti alla linea A B cadetanno in modo; che la linea E F cada su'l lato CD, e la linea CG sopra il lato A E; alhora voltaremo in su l'angolo C, e formaremo lá dimostratione sopra la linea A E; si come la formammo sopra la linea BC, e verremo su'l nostro proposito come prima.

Mà se le due linee lequali si sono tirate equidistanti alla linea AB cadano sopra vno e medesimo lato; alhora formerò la dimostratione sopra quel lato. Come Verbigratia pongasi che nel pentagono A B C D E le due linee EF & DG tiratesi equidistanti alla linea A B, cadano sopra il lato BC. Allhora tirarò la A H equidistante alla linea E B, e la D K equidistante alla linea E C. Tirarò ancora la linea EG: & eqdistãte ad essa la linea DL: e tirarò poi le linee EH, EL, & EK. è manifesto adũq; p le premesse, che il triãgolo EHK è vguale al pẽtagono ABCDE: e che il triãgolo EHL è vguale al pẽtagono ABGDE:

e cosi rimane che il triangolo DGC è vguale al triangolo ELK. *E queste cose deuonsi tenere à memoria*. Diuiderò adunque la linea HK secondo la proportione della Y alla Z: e caderà la diuisione ò nel punto F, ò nel punto L: ouero frà quelli, ò frà quelli e gli estremi. Cada prima adunque la diuisione nel punto F; talche sia la proportione della HF alla FK, com'è quella della Y alla Z. Dico adunque che la linea EF diuide il pentagono secondo che si propone. Perciò che il quadrangolo ABFE è vguale al triangolo EHF, & il quadrangolo EFCD è vguale al triangolo EFK. La medesima ꝑportione adũq; è q̃lla del quadrãgolo ABFE al quadrãgolo EFCD, che q̃lla del triãgolo EHF al triãgolo EFK: e ꝑ cõseguẽza che q̃lla della Y alla Z: che fu il ꝓposito.

Secondo caso. Cada poi la diuisione nel punto L. Dico adunque che la linea DG diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche essendo il triangolo EGD eguale al triangolo EGL: & il quadrangolo ABGE eguale al triangolo EHG; serà il pentagono ABGDE eguale al triangolo EHL. Mà il triangolo DGC ancora è vguale al triangolo ELK. La medesima proportione adunq; è quella del pentagono ABGDE al triangolo DGC, che quella del trinagolo EHL al triangolo ELK. Adunque è come quella della HL alla LK ancora: e per conseguenza come quella della Y alla Z: che fu il proposito.

Terzo caso. Cada mò la diuisione nel punto M, frà i punti H & F: e tiratasi la linea EM, formisi il quadrangolo ABNO per la 10 di questo eguale al triangolo EHM con la linea NO equidistante alla linea AB. Manifesto è adunq;

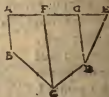
adunq; (come anco di sopra) che la proportione del quadrangolo ABNO al pentagono ONCDE, è come la proportione del triangolo EHM al triangolo EMK: e per cõseguenza come quella della Y alla Z. La ON adunque diuide il pentagono secondo che si propone.

Quarto caso. Cada poi la diuisione frà i pũti F & L nel punto P. Alhora tiratasi la linea EP facciasi il quadrangolo EF QR per la 10 di questo eguale al triangolo EFP. il pentagono AB QRE adunque è vgua le al triangolo EHP. La medesima proportione adunque è quella del pẽtagono ABQRE al quadrãgolo RQCD; che quella del triangolo EHP al triangolo EPK. Adunq; è come q̃lla della HP alla PK ancóra: e per cõseguenza come q̃lla della Y alla Z: che fu il proposito.

Quinto caso. Cada mò la diuisione nel punto S, frà i punti L & K; talche sia la medesima proportione que la della HS alla

S sì, che quella della Y alla Z. Perche adunque (come s'è detto di sopra) il triangolo DGC è vguale al triangolo ELK; serà il triangolo ESK minore del triangolo DGC. Taglierò adunque per la terza di questo dal triangolo DGC il triangolo TVC simile à se, & vguale al triangolo ESK, con la linea TV equidistante alla linea DG. Dico adunque che la linea TV diuide il pentagono secondo che si propone. Perciòche essendo il triangolo TVC eguale al triangolo ESK; e tutto il pentagono ABCDE eguale à tutto il triangolo EHK;

serà perciò l'hessagono ABVTDE eguale à tutto il triangolo EHS. La medesima proportione adunq; è quella dell'hessagono ABVTDE al triangolo TVC; che quella del triangolo EHS al triangolo ESK: e per conseguenza è come quella della Y alla Z: che fu il proposito.

Mà se le due linee, che si seranno tirate equidistanti alla linea AB, cadano sopra il lato AE, secondo che cadono le linee CF, DG; Alhora voltaremo in su l'angolo C, e formaremo la dimostratione sopra la linea AE, come la farmammo sopra la linea BC, e verremo su'l nostro ꝓposito come prima. è manifesto adunq; quanto volemmo dimostrare.

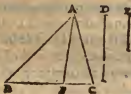
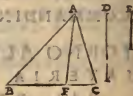
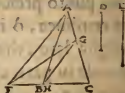
IL FINE

BREVE TRATTATO DI M. FEDERICO COMMANDINO DA VRBINO

INTORNO ALLA MEDESIMA MATERIA TRADOTTO DAL MEDESIMO.

PROBLEMA PRIMO.

Da vn punto presosi nell'ambito d'vna figura rettilinea, ò in vn'angolo, ò in qualsiuoglia lato, tirare vna linea retta, che la diuida in parti c'habbiano vna data proportione.

Intendo però hora per figura rettilinea quella, la quale da altretanti lati; da quanti angoli vien contenuta.

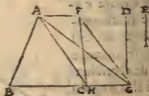
Sia il triangolo ABC: e la proportion data sia qlla che hà la D alla E: e bisogni prima tirar dal punto A vna linea retta, laqual diuida il triangolo secondo la proportione

della D alla E. Taglisi la BC nel punto F per la 10 del sesto degli elementi di Euclide; talmente che sia la BF alla FC come è la D alla E: e congiungasi la AF. Dico di già essersi fatto quanto si proponeua. Perciòche per la prima del sesto, si com'è il triangolo ABF al triangolo AFC; così è la BF alla FE: ciò è la D alla E.

Pigli si dopoi nel lato AC del medesimo triangolo il punto G, dalquale bisogni tirare vna linea, che diuida il triangolo secondo la proportione della D alla E. Cógiungasi la GB, e dal punto A sulla linea retta CB allungatasi, tirisi la AF equidistante ad essa GB: e tiratasi la GF, taglisi la FC nel pũto H; talmente che la FH alla HC, habbia la medesima proportione che la D alla E. Ouero adunque il punto H cade nel punto B, ouerò frà i punti F, & B, ò pure frà i punti B, & C. e se cade nel punto B, la linea retta GB farà il problema. Perciòche il triangolo GFB al triangolo GBC, è come la FB alla BC, ciò è come la D alla E. Mà il triangolo ABG è vguale al triangolo GFB: essendo essi sulla medesima base, e frà le medesime parallele. Adunque i triangolo AFG al triãgolo GBC hà la medesima proportione che il triãgolo GFB ad esso GBC: ciò è la medesima che la D alla E.

Mà se il punto H. cade frà i punti F & B, tirisi la linea retta HK equidistante ad essa GB: laquale seghi la AB nel punto K: e congiunganfi le GH, GK. Dico la linea GK diuidere il triangolo come bisognaua. Perciòche di nuouo

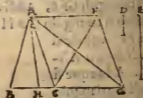
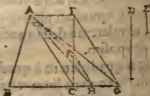
nuouo il triangolo ABG è vguale al triangolo GFB: & aggiuntosi il G BC commune all'vno & all altro; serà il triangolo ABC eguale il triangolo GFC. Mà il triangolo GKB ancora è vguale al triangolo GHB: onde il restante ancora è vguale al restãte: ciò è il triangolo AKG al triangolo GFH: e per ciò il quadrilatero GKBC eguale al triangolo GHC. Il triangolo AKG adunque è al quadrilaterò GKBC, come il triangolo GFH al triangolo GHC: ciò è come la D alla E.

Che se il punto H cade frà i punti B & C; tirisi la GH: laquale similmente farà il problema. Perciòche essendo i triangoli GFB, ABG eguali: aggiuntosi all'uno, & all'altro il triangolo GBH commune; serà il triangolo GFH eguale al quadrilatero ABHG. Adunque si com'è il triangolo GFH al triangolo GHC; ciò è com'è la D alla E, cosi è il quadrilatero ABHG al triangolo GHC.

Che se il punto si pigli in vn'altro angolo, ò in vn'altro lato, ci valeremo della medesima ragione à conchiudere il proposito.

Sia il quadrilatero ò quadrangolo ABCF: e bisogni diuiderlo con vna linea retta tirata dall'angolo A: talmente che le parti frà di loro habbiano la medesima proportione che hà la D alla E. Congiungasi la AC: e dal punto F tirisi

F tirisi la FG equidistante ad essa: laquale incontri la linea BC allungatasi, nel punto G: e congiungasi la AG. Serà il triangolo ACG eguale al triangolo ACF: & aggiũtosi all'uno & all'altro il triãgolo ABC commune; serà il triangolo ABG eguale al quadrilatero ABCF. Dimdasi

la BG nel pũto H: e sia la BH alla HG, com'è la D alla E: e se il punto H cade nel punto C; serà di già fatto quello che si proponeua. Perciòche il triangolo ABC al triangolo ACF hauerà la medesima proportione che al triangolo ACG: ciò è la medesima che la D alla E.

Mà se il punto H cade frà i punti B, & C; la AH tiratasi farà il ꝓblema. Perciòche il quadrilatero AHCF è vguale al triãgolo AHG. Il-perche il triangolo ABH hauerà la medesima proportione al quadrilatero AHCF, che al triangolo AHG: ciò è la medesima che la D alla E.

Mà se cade frà i punti C & G, tiratasi di nuouo sopra la FC la HK equidistante ad essa AC: e congiuntesi le AH, AK; la linea retta AK diuiderà il quadrilatero secondo la data proportione. Perciòche il trian

golo ACK è vguale al triangolo ACH, Adunq; il restan te AKF ancora al restante AHG: & il quadrilatero AB C K serà eguale al triangolo ABH. Il quadrilatero ABCK adunq; hà la medesima pportione al triangolo AKF, che il triangolo ABH al triãgolo AHG: ciò è che la D alla E.

Piglisi oltra di ciò nel lato AF qualsiuoglia pũto, e sia L, dal quale bisogni tirarsi la linea retta, che diuida il quadrilatero secõdo la proportion datasi della D alla E. Congiunganfi le LB, LC: & allũghisi la BC dall'vna, e dall'altra parte: e sopra essa dal punto A tirisi la AM equidistante alla LB: e dal punto F tirisi la FN equidistante al la LC: e congiuntesi le LM, LN; serà per le cose mostrateſi dianzi il triangolo LMC eguale al quadrilatero ABC L: e similmente il triangolo LCN al triangolo LCF, e tutto il triangolo LMN eguale à tutto il quadrilatero ABCF. Diuidasi la MN nel punto O; talche la MO; alla ON habbia la medesima proportione che la D alla E, congiungasi la LO. Il perche ouero il punto O cade sulla linea MC, ouero nella CN. e se cade nella MC, per le cose precedenti diuideremo il quadrilatero ABCL con vna linea retta tiratasi dall'angolo L, laquale sia LP; talmente che le parti habbiano quella proportione frà di loro, che hà la MO alla OC. Dico la linea retta LP diuidere il quadrilatero secondo che si pponeua. Perciòche ouero il punto P serà nella linea AB, ouero nella BC. Sia prima nella AB. e pciòche il triãgolo APL al quadrilatero LPBC hà qlla pportione che hà la MO alla OC; ciò è che il triãgolo LMO al triãgolo LOC, hauerà cõponẽdo il quadrilatero ABCL la me-

desima pportione al quadrilatero LPBC; che il triãgolo LMC al triãgolo LOC: e pmutãdo ancora. Mà il triãgolo LMC è vguale al quadrilatero ABCL. adũq; il triangolo LOC ancora serà eguale al quadrilatero LPBC, & il triãgolo LMO al triangolo APL: e Perciò il triãgolo LON restante al pentagono restante LPBCF. Si come adunq; è il triangolo LMO al triangolo LON, ciò è com'è la MO alla ON; cosi serà il triangolo APL al pentagono LPBCF.

Sia poi il punto P nella linea BC, come nell'altra figura. Nel medesimo modo dimostraremo si come è la MO alla ON, cosi essere il quadrilatero ABPL al quadrilatero LPCF.

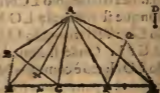
Mà se il pũto O cade nella linea CN; diuideremo il triãgolo LCF con la linea retta LP; talmẽte che il triangolo LCP al triãgolo LPF habbia la medesima proportione, che la CO alla ON: e cosi serà fatto quanto bisognaua. Perciòche essendo

ſendo il triangolo LCP al triangolo LPF, come la CO alla ON; ciò è come il triangolo LCO al triangolo LON; componendo il triangolo LCF coſi ſerà al triangolo LPF, come il triangolo LCN al triangolo LON: e permutando ancora. Mà il triangolo LCN è vguale al triangolo LCF. Adunque il triangolo LON ancora ſerà vguale al triangolo LPF: & il triangolo LMO reſtante al pentagono ABCPL. Onde ſi come è il triangolo LMO al triangolo LON; ciò è come è la MO alla ON; ciò è la D alla E; coſi ſerà il pentagono ABCPL al triangolo LPF. Il quadrilatero ABCF adunq; con vna linea retta tiratasi dal punto L, ſi è coſi diuiſo; che le parti habbiamo la medeſima proportione, che la proportion dataſi: il che biſognaua farſi.

Che ſe il punto datoſi ſia in vn'altro angolo, ouero in vn'altro lato di eſſo ABCF, conchiuderemo il propoſito nel medeſimo modo.

Sia il pentagono ABCFG, il quale biſogni diuidere con vna linea retta tirataſi dall'angolo A, ſecõdo la pportione, che hà la D alla E. Congiunganſi le AC, AF: e da i punti B, G tirinſi ſopra la CF allungataſi dall'vna parte e dall'altra, le linee rette BH, GK: dellequali la linea BH ſia equidiſtate alla AC, e la GK ad eſſa AF. e congiunteſi le AH, AK; ſerà il triangolo AHF eguale al quadrilatero ABCF: & il triangolo AFK al triangolo AFG, e tutto il triangolo AHK eguale à tutto il pentagono ABCFG. Diuidaſi la HK nel punto L, talmentechè la HL alla LK habbia la medeſima proportione, che hà la D

 alla

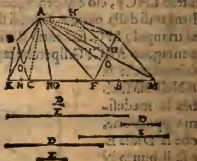
alla E. Ouero adunque il punto L cade nella linea HF, ouero nella FK. e se nella HF; diuidasi per le precedenti il quadrilatero ABCF con vna linea retta tiratasi dall'angolo A, laquale sia AM; talmenteche le parti habbiano quella proportione che hà la HL alla LF. La linea AM stessa diuiderà il pentagono secondo che si propone.

Perciòche con la stessa ragione che si è fatto di sopra mostraremo il triangolo ABM al pentagono AMCFG; ouero (come nell'altra figura) il quadrilatero ABCM al quadrilatero AMFG hauer la medesima proportione, che hà la HL alla LK. Mà se poi il punto L cada nella FK, similméte có la linea retta AM tiratasi dall'angolo A, diuideremo il triágolo AFG secondo la proportione della FL alla LK; e finalmente mostraremo il pentagono ABCFM così essere al triágolo AMG, com'è la HL alla LK: ciò è com'è la D alla E.

Piglisi nel lato AG il púto L, dalquale debbia tirarsi vna linea, che diuida il pen-

tagono secondo la proportion data della D alla E. Congiunganſi le LC, LF: & allungataſi la linea CB dalla parte B, facciaſi per le coſe di già dettesi il triangolo LHC eguale al quadrilatero LABC. Dopoi allungataſi la CF dalla parte C, facciaſi il triangolo LKF eguale al quadrilatero LHCF, ciò è al pentagono LABCF. e di nuouo allungataſi dalla parte F, facciaſi il triangolo LFM eguale al triangolo LFG. ſerà tutto il triangolo LKM eguale al pentagono ABCFG. Il perche taglisi la KM nel punto M, talmenteche la KN alla NM habbia la medeſima proportione, che la D alla E. e ſe il punto N cade nella linea KF; diuideremo il pẽtagono LABCF cõ la linea retta LO: talmẽteche il quadrilatero LABO ſia al quadrilatero OCFL: com'è la KN alla NF. Serà il quadrilatero LABO al pẽtagono OCFGL, cõe è la KN alla NM: ilche certo ſi dimoſtrerà nel medeſimo modo. Se il punto N poi cade nella linea FM; diuideremo il triãgolo LFG con la linea retta LO; talmenteche il triangolo LFO al triangolo LOG habbia la medeſima proportione c'hà la FN alla NM. Similmente ſi dimoſtrerà l'heſſagono LABCFO coſi eſſere al triangolo LOG, com'è la KN alla NM: ciò è com'è la D alla E: ilche biſognaua fare.

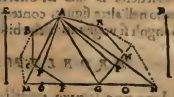
Sia l'heſſagono ABCFGH, e biſogni diuiderlo con vna linea retta tirataſi dall'angolo A; talmenteche le parti habbiano la medeſima proportione, che hà la D alla E. Congiungaſi la AF: & allungataſi la CF ſteſſa dall'vna parte e dall'altra; facciaſi il triangolo AKF eguale al quadrilatero ABCF: & il triangolo AFM

eguale

eguale al quadrilatero A F G H per le cose dianzi dimostrateſi. Serà tutto il triangolo AKM, eguale all'heſſagono A BCFGH. Taglisi adunque la KM nel punto N; tal che ſia la KN alla NM com'è la D alla E. e ſe il punto N cade ſulla linea KF, diuideremo il quadrilatero ABCF con vna linea retta tiratasi dall'angolo A; talmenteche le parti habbiano la medeſima pportione che hà la KN alla NF.

Mà ſe il punto N cada ſulla FM; diuideremo il quadrilatero AFGH ſecondo la proportione della FN alla NM; e coſi l'heſſagono ABCFGH ſerà diuiſo ſecondo la proportione della KN alla NM: ciò è ſecondo la proportione della D alla E dataſi.

Piglisi il punto L nel lato AH, dalquale vogliamo tirare vna linea retta, laquale diuida l'heſſagono ſecondo la proportion dataſi. Congiungaſi la LF: & allungataſi la CF, formiſi il triangolo LKF eguale al pentagono LABCF: & il triangolo LFM eguale al quadrilatero LFGH; talche tutto il

triágolo LKM sia eguale à tutto l'hessagono ABCFGH. Taglisi di nuouo la KM nel punto N secondo la proportione della D alla E datasi: e se il punto N cade sulla linea KF, diuidasi il pentagono LABCF con una linea retta tiratasi dall'angolo L secondo la proporcione della KN alla NF: e se cade sulla linea FM, diuidasi il quadrilatero LFGH secondo la proportione della FN alla NM: e serà tutto l'hessagono diuiso dalla linea retta tiratasi dal punto L secondo à proportione della KN alla NM: ciò è secondo la proportione della D alla E.

Sia l'heptagono ABCFGHK, il quale debbia diuidersi con vna linea retta tiratasi dall'angolo A secondo la proportione della D alla E. Congiungasi la AG, e facciasi il triangolo AMG eguale al pẽtagono ABCFG: & il triãgolo AGN eguale al quadrilatero AGHK; talche sia tutto il triangolo AMN eguale all' heptagono ABCFGHK; Taglisi la MN nel punto O secondo la proportione della D alla E: e se il punto O cade sulla linea MG; diuiderassi il pentagono ABCFG secondo la proporrtione dela MO alla OG con la linea retta AP tiratasi: e se cade sulla GN; diuiderassi il quadrilatero AGHK secondo la proportione della GO alla ON: e serà diuiso l'heptagono secondo la proportione della MO alla ON.

Piglisi vltimamente il punto L nel lato AK: e dal punto L habbiasi dà tirare vna linea retta che diuida l'heptagono secondo la proportion datasi; Congiungasi la LG: e formisi il triangolo LMG eguale all hessagono LABCFG: & il triangolo LGN eguale al quadrilatero LGHK;

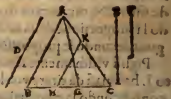
talche

talche tutto il triangolo LMN sia eguale all'heptagono A BCFGHK. Taglisi di nuouo la MN secondo la proportione datasi nel punto O: e se esso cade sulla linea MG diuideremo l'hessagono secondo la proportione della MO alla OG. Mà se cade sulla GN; diuideremo il quadrilatero secondo la proportione della GO alla ON: e serà tutto l'heptagono diuiso secondo la

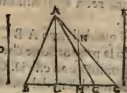
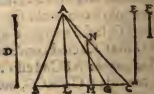
proportione della MO alla ON: ciò è secõdo la propor tion datasi della D alla E. e nel medesimo modo procederemo nell'altre figure, contengano pure quanti lati ouero angoli si vogliano: ilche bisognaua farsi.

PROBLEMA II.

Diuidere vna figura rettilinea secondo vna data proportione con vna linea retta equidistante ad vn'altra data linea retta.

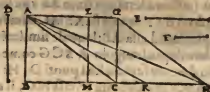
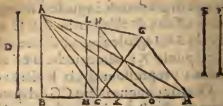
Sia il triangolo ABC; e la linea retta sia data D: e bisogni diuidere il triangolo secondo la proportione della E alla F con vna linea retta equidistante ad essa D. Taglisi la BC nel punto G; talmentechela B G alla GC habbia la medesima Proportione che la E

alla

alla F. ò che adunque la D è equidistante ad vno de' lati del triangolo; ò non è equidistante à veruno. Sia prima equidistante al lato AB; e piglisi la CH mezzana proportionale frà le linee BC, CG: e dal punto H tirisi la HK equidistante ad essa B A. Dico la linea retta H K diuidere il triangolo secondo che si propone. Peroche congiuntasi la AG; serà il triangolo ABG al triangolo AGC, com'è la B G alla GC: ciò è com'è la E alla F: e componendo serà il triangolo ABC ad esso AGC, com'è la B C alla C G. Mà com'è la B C alla CG, così è il triangolo ABC al triangolo KHC per la 19 del sesto degli elementi: perciòche i triangoli A B C, KHC sono simili: e la BC alla CG hà dupla proportione à quella che è della B C alla CH. onde il triangolo K H C è vguale al triangolo A GC: & il quadrilatero restante ABHK è vguale al triangolo ABG. Il quadrilatero ABHK adunque hà la medesima proportione al triangolo KHC; che il triangolo A B G al triangolo AGC, ciò è che hà la E alla F. Similmente si dimostrerà il medesimo quando la linea D serà equidistante al lato BC, ò CA.

Che se nō sia equidistāte à veruno; tirisi la AL equidistante ad essa D. Onde ouero il pūto G cade frà i pūti L, e C: ouero frà gli B & L. Che se frà gli L, & C; piglisi la C M mezzana proportionale frà le linee LC, CG: e tirisi la MN

equidistante alla A L. Serà per le cose che dianzi dimostrammo il triangolo NMC eguale al triangolo AGC: & il quadrilatero ALMN al triangolo ALG. Ilperche aggiuntosi all'uno & all' altro il triangolo ABL commune; i quadrilatero ABMN è vguale al triangolo ABG: e però il quadrilatero ABMN al triágolo NMC hà la medesima proportione che hà la E alla F.

Se poi il punto G cade frà i pũti B & L; p'glisi di nuouo la BM mezzana proportionale frà le linee L B, BG: e tirisi la MN equidistante ad essa A L. Per la medesima ragione il triangolo NBM serà eguale al triangolo ABG: & il quadrilatero ANML al triangolo AGL. Aggiuntosi adunque all' uno & all'altro il triangolo A L C; il quadrilatero ANMC è uguale al triangolo AGC. Il triangolo ABC adunque si diuide secondo la proportione datasi con vna linea retta equidistante ad essa D: ilche bisognaua farsi.

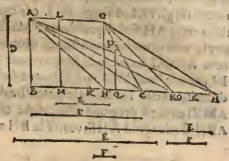
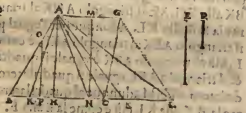
Sia il quadrilatero A B C G, il quale debbia diuidersi secondo la proportione che hà la E alla F, con vna linea retta equidistãte ad essa D. Onde ouero la D è equidistante ad alcuno de'lati del quadrilatero; ouero non è equidistante. Sia prima equidistante al lato A B: e congiuntasi la AC tirisi dal punto G la G H equidistante ad essa AC, laquale concorra con la linea B C allungatasi nel punto H: e

H: e congiungasi la A H. Il triangolo ACH adunque per le cose di già dettesi è vguale al triangolo ACG: & aggiuntosi all'uno & all'altro lo A B C commune serà il triangolo ABH eguale al quadrilatero ABCG. Taglisi la BH nel punto K; talmenteche la BK alla KH habbia la medesima proportione che la E alla F: e congiungasi la AK. Ouero adunque il lato CG del quadrilatero è equidistante ad esso B A; ò nò: e se sia equidistante cada come si voglia il punto K; applichisi p la 10 del libro precedente alla linea AB la superficie AB ML eguale al triangolo A B K; talmenteche la linea LM sia equidistante ad essa AB. Dico la LM fare il problema. Perciòche essendo il triangolo ABH eguale al quadrilatero ABCG: & il triangolo ABK al quadrilatero ABML; serà il triangolo AKH restante eguale al quadrilatero restante LMC G. Il quadrilatero A B M L adunque è al quadrilatero. LMCG, com'e il triangolo A B K al triangolo A K H. Mà il triangolo ABK ad esso AKH è come la BK alla H K, ciò è come la E alla F. Adunque il quadrilatero ABML al quadrilatero LMCG è come la E alla F.

Se il lato CG poi non è equidistante al lato B A; tirisi da uno de'duo punti C, G. dentro al quadrilatero una linea retta equidistante ad essa BA: e sia hora la CN: e dal punto N tirisi la NO equidistante alla A C, e congiungasi la AO. serà il triangolo A BO eguale al quadrilatero A B CN. Se adunque il punto K caderà nel punto O; la linea CN farà il problema. Perciòche serà il quadrilatero AB-

CN al triangolo CNG, com'è il triangolo ABO al triangolo AO H: ciò è come la BK alla K H, e come la E alla F.

Che se il punto K cada frà i punti B, O applicheremo per la 10 souradetta alla linea AB vna superficie eguale al triãgolo ABK: laquale sia ABML; talmẽte che la linea LM sia equidistãte ad essa AB: laquale similmẽte dimostraremo diuidere il quadrangolo ABCG come si proponeua.

Finalmente se cada frà i punti O, H: diuideremo con la linea PQ equidistante ad essa NC, il triangolo NCG secondo la proportione che hà la OK alla KH: ciò è quella che hà il triãgolo AOK al triangolo AKH. Et essendo il triangolo NCG eguale al triangolo AOH; sera la superficie NCQP, eguale al triangolo AOK: & il triangolo PQG eguale al triangolo AKH. Il pentagono ABCQP adunq; è vguale al triangolo ABK: & hà la medesima proportione al triangolo PQG, che hà la BK alla KH: ciò è che hà la E alla F.

Nel medesimo modo otteremo l'intento, se dal punto G si tiri dentro al quadrilatero la GN equidistante ad essa AB: come appare nell'altra figura. Perciòche congiuntesi

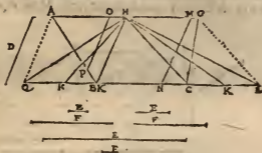
giuntesi le A N, A C: e tiratasi la G O dal punto G, la quale sia equidistãte ad essa AN: e tiratasi la GH, laquale sia equidistante alla A C: & vltimamente congiuntesi le A O A H; serà il triangolo ABO eguale al quadrilatero ABNG, & il triangolo A B H eguale al quadrilatero ABCG. e se il punto K caderà nel pũto O, la linea retta N G farà il problema. Se frà gli B, O faremo nel medesimo modo detto di sopra. Che se frà gli O, H tagliaremo dal triangolo GNC la superficie GNQP eguale al triangolo A O K tiratasi la P Q equidistante ad essa G N. e serà di già fatto quello che si proponeua. Mà se la D non sia equidistante ad alcuno de' lati del quadrilatero ABCG; tirisi da vno

de' duo punti A, B dentro al quadrilatero vna linea retta equidistante ad essa D. e sia prima la AH: e congiuntasi la A C tirisi del punto G la G L equidistante ad essa A C, laquale

laquale concorra nel punto L con la BC allungatasi: e congiungasi la A L. serà il triangolo ABL eguale al quadrilatero ABCG. Diuidasi la BL nel punto K; talmente che la BK alla KL habbia quella proportione, che hà la E alla F. Ouero adunque il punto K cade nel punto H. ouero frà gli H,L, ò frà gli B,H. e se cade nel punto H, la linea retta AH farà il problema. Mà se cade frà gli H, L per le cose poco hà dimostratesi diuideremo il quadrilatero AHCG secondo la proportione che hà la HK alla KL, con la linea MN equidistante ad essa A H, ciò è equi distante ad essa D: laquale certo diuiderà il quadrilatero ABCG come si propone. Perciòche essendo il triangolo ABH al triangolo AHK, com'è la BH alla HK; serà com-

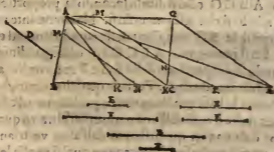
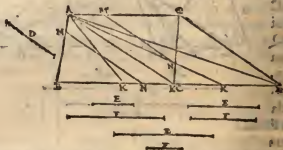
ponendo il triangolo ABK al triangolo AHK, com'è la BK alla KH. Mà il triangolo AHK al triangolo AKL è come la HK alla KL. Adunque per l'egual proportionalità il triangolo ABK al triangolo AKL, è come la BK alla K-L, Mà al triangolo ABK è vguale il quadrilatero ABNM, &al triangolo AKL eguale il quadrilatero MNCG. Il quadrilatero ABNM adunque al quadrilatero M N C G è come la B K alla K L ciò è come la E alla F.

Finalmente se il punto K cada frà gli B,H; tiratasi la A K taglieremo dal triãgolo ABH la superficie AOPH eguale al triãgolo AKH con la linea retta O P equidistante ad essa A H. Serà il triangolo restante O B P eguale al trian

golo

golo ABK restante. Adunque il triangolo OBP è al pentagono AOPCG come il triangolo ABK al triangolo AKL: ciò è come la BK alla KL: ciò è come la E alla F.

Se poi la BH tiratasi sia equidistante ad essa D; pongasi il triangolo HQB eguale al triangolo ABH: & il triangolo HBL eguale al quadrilatero HBCG: e diuisasi la QL secondo la proportione della E alla F nel punto K: se il K cade nel punto B, la linea B H sarà il problema. Se frà gli B, L, ò Q, B faremo nel medesimo modo che s'è detto di sopra.

Che se la AC congiuntasi sia eqdistante ad essa D; porremo il triãgolo ACL e-

guale al triangolo A C G. e diuiſaſi la B L nel punto K ſecondo la proportion data della E alla F; ſe il punto K cade nel punto C; la linea A C ſarà il problema.

Se frà gli C L taglieremo dal triangolo ACG la ſuperficie ACNM eguale al triangolo ACK, tirataſi la M N equidiſtante ad eſſa A C. e ſe frà gli B, C; taglieremo dal triãgolo A B C vna ſuperficie eguale al triangolo AKC: ciò è la ACNM con la linea retta MN equidiſtante

ad eſſa A C: e ſimilmente dimoſtraremo il quadrilatero A B C G eſſerſi diuiſo ſecondo la proportione della E alla F: il che biſognaua farſi. Ne altremante procederemo ſe la B G congiuntaſi ſia equidiſtante ad eſſa D.

Sia il pentagono A B C G H: e biſogni diuiderlo ſecondo la proportione della E alla F con vna linea retta equidiſtante ad eſſa D. Tiriſi da qualche punto, ò angolo, ò lato, a' la baſe vna linea retta equidiſtante ad eſſa D; talmenteche ò tagli dall'vna parte e dall'altra vn quadrilatero; ò da vna vn quadrilatero dall'altra vn triangolo. e porremo per baſe del pentagono qual ſi voglia lato commodo alla linea D. Come nella prima figura tiriſi dal punto H la linea retta H I equidiſtante ad eſſa D. e con-

giuntesi le HB, HC, tirisi dal punto A la AK equidistante ad essa HB: laquale concorra con la CB allungatasi nel punto K. Dal punto G poi tirisi la GL equidistante alla HC, e concorrente nel punto L con la BC allungatasi: e congiunganſi le HK, KL. Serà il triãgolo HKI eguale al quadrilatero ABIH: & il triangolo HIL al quadrilatero HICG, e tutto il triangolo HKL eguale à tutto il pentagono. Diuidasi la KL secondo la proportione della E alla F. nel punto M. Il perche ò il punto M cade nel punto I, ò frà gli K, I, ò frà gli I, L. e se nello I, la linea retta HI farà il problema. perciòche il quadrilatero ABIH al quadrilatero HICG è come il triangolo HKI al triangolo HIL: ciò è com'è la KI alla IL: ciò è come la E alla F.

Se cade poi frà i punti K, I, diuideremo per le cose di già dimostratesi il quadrilatero ABIH secõdo la proportione della KM alla MI, con la linea retta NO equidistante ad essa HI. e se cade frà i punti I, L; similmente diuideremo il quadrilatero HICG secondo la proportione della IM alla ML, tiratasi la NO equidistante ad essa HI: e la NO diuiderà il pentagono ABCGH secondo la proportion datasi: ilche dimostraremo nel medesimo modo di sopra.

Oltra di questo nell'altra figura, nellaquale la HC è equidistante alla linea D: congiuntasi la HB, pongasi il triangolo HKB eguale al triangolo HAB: & il triangolo

H HGL

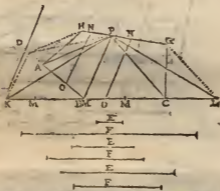
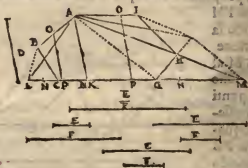
HCL eguale al triangolo HCG. serà il triangolo HKC eguale al quadrilatero ABCH: e tutto il triangolo HKL eguale à tutto il pentagono ABCGH Onde diuisasi la KL secondo la proportione della E alla F nel punto M, se il punto M cade nel punto C, la linea HC farà quello che

si propnone. se frà i punti K, C diuideremo il quadrilatero ABCH secondo la proportione della KM alla MC. se poi frà i punti C, L diuideremo il triangolo HCG secondo la proportione della CM alla ML: e serassi diuiso il pentagono secondo la proportion datasi.

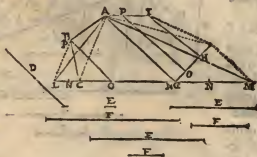
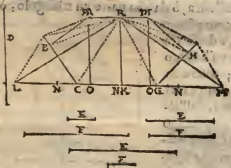
Ne altramẽte farassi se la linea HB sia equidistãte ad essa D: Perciòche formerassi il triangolo HKB eguale al triãgolo HA

B, & il triangolo H B L eguale al quadrilatero HBCG. Il perche se il punto M cade nel punto B; la linea H B farà quello che si proponeua. Se frà i punti K B, diuideraßi il triangolo HAB secondo la proportione della KM alla M B. Che se cade frà gli B, L; diuideremo il quadrilatero HBCG secondo la proportione della BM alla M L: e serà fatto quello che bisognaua.

Vltimamente se la BP sia equidistante ad essa D, come nell'altra figura; porremo il triangolo PKB eguale al quadrilatero PHAB, & il triangolo P B L al quadrilatero PBCG. e se il punto M cade nel punto B; essa BP farà quello che si propone. Se frà i punti K, B diuideremo il quadrilatero PH AB secōdo la proportione della KM alla M B. Che se frà i punti B, L; diuideremo il quadrilatero P B CG secondo la proportione della B M alla ML: & il simile faremo negli altri pentagoni e di già seraßi fatto quello che faceua dibisogno.

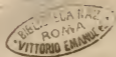
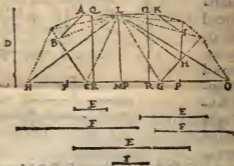
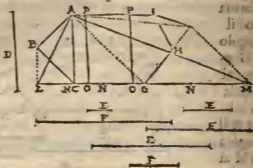
Sia l'heßagono A B C G H I: e bisogni diuiderlo secondo la proportione della E alla F con vna linea retta equidistante ad essa D. Tirisi da qualche punto alla base vna linea retta equidistante ad essa D; talmenteche tagli ò vn quadrilatero, ò vn pentagono

dall'vna e dall'altra parte; ouero da vna parte vn triangolo, ò vn quadrilatero; e dall altra poi vn pentagono: Come nella prima figura propostasi; tirisi dal punto A la linea retta AK equidistante ad essa D, e formisi il triangolo ALK eguale al quadrilatero ABCK: Al pentagono poi KGHIA eguale il triangolo AKM. Dopoi diuidasi la linea LM secondo la proportione della E alla F nel punto N: ilquale ouero caderà nel punto K, ò frà i punti L, K, ò frà i punti K, M. Se caderà nel punto K; la linea retta AK sarà il pblema. Se frà i punti L, K diuideremo il

quadrilatero ABCK secõdo la pportione della LN alla NK con la linea OP equidistante alla AK. se frà i põti K, M per le cose dianzi dimostratesi diuideremo il pentagono AKGHI secondo la proportione della KN alla NM cõ la linea retta OP equidistante ad essa AK.

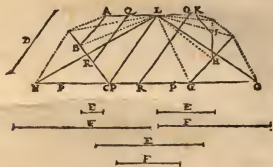
Se poi

Se poi la AG tiratasi sia equidistante ad essa D; di nuouo formaremo il triangolo ALG eguale al quadrilatero ABCG: & il triangolo AGM al quadrilatero AGHI: e faremo il resto come s'è detto molte volte.

Che se la RK sia equidistāte ad essa D; formaremo il triāgolo RLK eguale al pētagono KABCK & il triangolo RKM eguale al pentagono KGHIR.

Vltimamēte se la AC tiratasi sia equidistāte ad essa D formaremo il triangolo ALC eguale al triangolo ABC: & il triangolo ACM eguale al pentagono ACGHI: e faremo il resto come si è fatto di sopra, e serassi diuiso l'hessagono

ſagono come biſognaua.

Sia l' haptagono ABCGHIK il quale habbia da diuiderſi ſecondo la ꝓportione della E alla F, cõ vna linea equiſtãte ad eſſa D. Tiriſi da qualche pũto alla baſe vna linea retta equidiſtãte ad eſſa D. laquale ò tagli vn pẽtagono dall'vna parte e dall'altra; ò da vna parte vn triangolo, ò vn quadrilatero, ò vn pẽtagono, e dall'altra poi vn'heſſagono; ouero da vna vn quadrilatero, dall'altra vn pentagono. Come nella prima figura, nella quale la L M è equidiſtãte ad eſſa D; formaremo

il triangolo LNM eguale al pentagono LABCM: &all' heſſagono LMGHIK eguale il triangolo LMO: e tagliſi la NO ſecõdo la ꝓportione della E alla F nel pũto P: ſe il pũto P cade nel pũto M; la linea retta LM ſarà il ꝓblema.

ma. Se frà i punti N M; similmente diuideremo il pentagono LABCM secondo la proportione della N P alla PM con la linea retta Q R equidistante ad essa L M. Se poi frà i punti M, O, diuideremo per le cose dette di sopra l'hessagono LMGHIK secondo la proportione della MP alla PO con vna linea retta equidistante ad essa LM.

Che se la linea L C tiratasi sia equidistante ad essa D; formaremo il triangolo LNC eguale al quadrilatero LABC, & il triangolo LCO eguale all'hessagono LCGHIK,

e faremo il resto si come si è fatto di sopra: e serà l'heptagono diuiso come bisognaua: & il simile faremo ne gli altri heptagoni.

Nel medesimo modo diuideremo l'altre figure rettilinee ancora secõdo vna data proportione habbiansi quanti lati si vogliano con una linea equidistante ad una data linea retta: ilche n'era proposto da farsi.

IL FINE.